А.П. Ершова, В.В. Голобородько,
А.С. Ершова

АЛГЕБРА ГЕОМЕТРИЯ

7

Самостоятельные и контрольные работы

ИЛЕКСА

Рецензенты:

В.А. Абрамова, Соросовский учитель,
учитель-методист средней школы № 1 г. Харькова;

О.Ф. Крижановский, Соросовский учитель,
учитель высшей категории, руководитель математического кружка «Эврика» Харьковского областного дворца детского и юношеского творчества;

А.Ф. Крижановский, Заслуженный учитель Украины,
преподаватель математики СОУВК № 45
«Академическая гимназия» г. Харькова

*Перепечатка отдельных разделов и всего издания запрещена.
Любое коммерческое использование данного издания возможно только с разрешения издателя.*

Ершова А.П., Голобородько В.В., Ершова А.С.

Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 7 класса.— М: Илекса, 2005.— 176 с.

ISBN 5-89237-123-9

Пособие содержит самостоятельные и контрольные работы по всем важнейшим темам курса алгебры и геометрии 7 класса.

Работы состоят из 6 вариантов трех уровней сложности.

Дидактические материалы предназначены для организации дифференцированной самостоятельной работы учащихся.

© Ершова А.П.,
Голобородько В.В.,
Ершова А.С., 2004
© ООО «Илекса», 2004

BN 5-89237-123-9

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основные особенности предлагаемого сборника самостоятельных и контрольных работ:

1. Сборник содержит *полный набор самостоятельных и контрольных работ по всему курсу алгебры и геометрии 7 класса.*
   Контрольные работы рассчитаны на один урок, самостоятельные работы — на 15–30 минут, в зависимости от темы и уровня подготовки учащихся.

2. Сборник позволяет осуществить дифференцированный контроль знаний, так как задания распределены по трем уровням сложности А, Б и В. Уровень А соответствует обязательным программным требованиям, Б — среднему уровню сложности, задания уровня В предназначены для учеников, проявляющих повышенный интерес к математике, а также для использования в классах, школах, гимназиях и лицеях с углубленным изучением математики. Для каждого уровня приведено 2 расположенных рядом равноценных варианта (как они обычно записываются на доске), поэтому на уроке достаточно одной книги на парте.

3. Как правило, на одном развороте книги приводятся оба варианта всех трех уровней сложности. Благодаря этому учащиеся могут сравнить задания различных уровней и, с разрешения учителя, выбрать подходящий для себя уровень сложности.

4. В книгу включены *домашние самостоятельные работы*, содержащие творческие, нестандартные задачи по каждой изучаемой теме, а также задачи повышенной сложности. Эти задания могут в полном объеме или частично предлагаться учащимся в качестве зачетных, а также использоваться как дополнительные задания для проведения контрольных работ. По усмотрению учителя выполнение нескольких или даже одного такого задания может оцениваться отличной оценкой.
   Ответы к контрольным и домашним самостоятельным работам приводятся в конце книги.

5. Тематика и содержание работ охватывают требования действующей программы по математике для 7 класса. Для удобства пользования книгой приводится таблица тематического распределения работ по учебникам Ю. Н. Макарычева и др., Ш. А. Алимова и др., А. В. Погорелова и Л. С. Атанасяна и др.

АЛГЕБРА

Выражения, тождества, уравнения

С-1. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ

Вариант А1

Вариант А2

1

Преобразуйте выражения, используя законы умножения:

Вариант А1	Вариант А2
а) $-2x\cdot(-3y)$;	а) $4a\cdot(-3b)$;
б) $-4(x-2)$;	б) $8(2x-3)$;
в) $(3x-1)\cdot 2$.	в) $(4-x)\cdot(-3)$.

2

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

Вариант А1	Вариант А2
а) $2x-3+(3x-2)$;	а) $x+5+(4x-6)$;
б) $(4-x)-(5-2x)$;	б) $(3x-2)-(5x-8)$;
в) $6+2(1{,}5x-3)$.	в) $20+5(0{,}2y-4)$.

3

Упростите выражение и найдите его значение при $a=-1{,}5$:

Вариант А1	Вариант А2
$3(a-2)-(a+4)$.	$2(a-4)-(1-2a)$.

4

Докажите, что значение выражения равно нулю при любом y:

Вариант А1	Вариант А2
$6(3y-4)-2(9y-11)+2$.	$8(2y-5)-4(3y-10)-4y$.

5

Раскройте скобки:

Вариант А1	Вариант А2
$a-(b-(a+d))$.	$z-(y+(z-t))$.

Вариант Б1

1

Преобразуйте выражения, используя законы умножения:

а) $0{,}4a\cdot(-5b)$;
б) $(2x-1)\cdot(-0{,}2)$;
в) $3(-x-1)$.

2

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $(4a-b)-5a+3b$;
б) $-(3x-0{,}4)+(0{,}4x-3)$;
в) $9-2(x+1)+x$.

3

Упростите выражение и найдите его значение при $a=-1{,}5$ и $b=-1$:

$3(a-3b)-5(a-2b)$.

4

Докажите, что значение выражения не зависит от y:

$0{,}4y-0{,}6(y-4)+2(-1+0{,}1y)$.

5

Упростите выражение:

$5a-(4a-(3a-2))$.

Вариант Б2

а) $-0{,}2x\cdot(-5y)$;
б) $(-2x-4)\cdot0{,}1$;
в) $-5(2-x)$.

а) $-6a-2a+(8a+b)$;
б) $(8x-0{,}5)-(0{,}5x-8)$;
в) $4-3(x-2)-x$.

$-4(a-b)+2(3a-b)$.

$2{,}3y-1{,}7(y-2)+0{,}3(4-2y)$.

$6a-(5a-(4a-3))$.

Вариант В1

1

Преобразуйте выражения, используя законы умножения:

а) $2{,}5x\cdot(-4y)\cdot(-0{,}1)$;
б) $(y-2x-1{,}6)\cdot(-3)$;
в) $1{,}2(3b-c+2)$.

Вариант В2

а) $(-0{,}5y)\cdot20\cdot(-3x)$;
б) $(-a+3b-1{,}2)\cdot5$;
в) $-2{,}1(x-2y+3)$.

2

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $2{,}1b - 3{,}4a - (b - 2{,}6a)$;
б) $x - (4x - 11) + (9 - 2x)$;
в) $10 - 9\left(a - \frac{2}{3}\right) + 5a - 16$.

а) $4{,}6a - 4b - (-3{,}8b + 3{,}5a)$;
б) $2a - (8 - a) + (3a - 2)$;
в) $8 - 6\left(2x - \frac{1}{2}\right) + 12x - 2$.

3

Упростите выражение и вычислите его значение при $a = -\frac{1}{3}$:

$2(0{,}3a - 1) - \frac{2}{5}(3a - 5)$.

$3(0{,}9a - 1{,}5) - \frac{1}{2}(3a - 9)$.

4

Докажите, что значение выражения не зависит от y:

$-(12y - 3(y - 4)) + 9y$.

$-(4y - 9(2y - 1)) - 14y$.

5

Найдите значение выражения:

$3a + 3b - 6$, если $a + b = 2$.

$2a - 2b + 4$, если $a - b = 3$.

С-2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Вариант А1

1

Решите уравнения:

а) $6x - 12 = 4x - 8$;
б) $\frac{2}{3}x = 18$;
в) $(2x - 5) - (3x - 7) = 4$;
г) $5(x - 1{,}2) - 3x = 2$.

Вариант А2

а) $5y - 8 = 2y - 5$;
б) $\frac{3}{4}x = 27$;
в) $(2 + 3x) - (4x - 7) = 10$;
г) $2(x - 1{,}5) + x = 6$.

2

При каком значении y равны значения выражений:

$1{,}8y - 2$ и $0{,}6y + 4$?

$1{,}2y - 1$ и $0{,}4y + 3$?

Вариант Б1

1

Решите уравнения:

а) $0{,}3x + 8 = 2$;
б) $4 - x = 1 + 4x$;
в) $7 - 2(x + 3) = 9 - 6x$;
г) $4(x - 0{,}5) - 2(x + 0{,}3) = -2{,}6$.

2

При каком значении y

значение выражения $7y - 2$ больше значения выражения $5y - 4$ в 2 раза?

Вариант Б2

а) $0{,}4x - 6 = -12$;
б) $x + 6 = 5 + 4x$;
в) $13 - 3(x + 1) = 4 - 5x$;
г) $0{,}2(3x - 5) - 0{,}3(x - 1) = -0{,}7$.

значение выражения $8y + 2$ больше значения выражения $5y + 3$ на 5?

Вариант В1

1

Решите уравнения:

а) $0{,}9x + 1 = 0{,}2x - 6$;
б) $\frac{1}{2}(x - 6) - 3 = \frac{1}{3}x$;
в) $4 = -1 - (11x - 5)$;
г) $0{,}5(8x - 3) = -4(2{,}5 - x)$.

2

При каком значении y

произведение числа 3 и выражения $2y + 1{,}5$ больше их суммы на 8?

Вариант В2

а) $1{,}3x - 2 = 2{,}6x + 11$;
б) $\frac{2}{3}(x + 9) - 2 = \frac{1}{6}x$;
в) $-6 = -2 - (4 + 9x)$;
г) $1{,}2(5 - 4x) = -6(0{,}8x + 1)$.

сумма числа 4 и выражения $3y - 0{,}5$ меньше их произведения на 3,5?

С-3*. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С МОДУЛЕМ И ПАРАМЕТРОМ
(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Определите, при каких значениях параметра a

а) уравнение $|x| = a - 2$ имеет один корень;

б) уравнение $|x| = a^2 - 9$ не имеет корней;

в) уравнение $|x+1| = a^2 + 1$ имеет два корня.

2

Решите уравнения с параметром a:

а) $ax = 5$;

б) $(a - 3)x = -1$;

в) $(a + 1)x = a + 1$;

г) $(a - 2)x = (a - 2)a$.

3

Решите уравнения с модулем:

а) $|2x - 3| = 1$;

б) $|1001x + 14| = -1$;

в) $|x^2 - x| = 0$;

г) $||x - 1| - 4| = 3$;

д) $|||x - 3| - 3| - 3| = 3$;

е) $|8 - |x + 2|| = 7$;

ж) $|x + 1| + |5 - x| = 20$;

з) $|x - 1| + |x + 2| = 3$;

и) $|8 + x| + |7 - x| = 10$;

к) $||2x - 3| - 1| = x$.

Вариант 2

1

Определите, при каких значениях параметра a

а) уравнение $|x| = a + 3$ имеет один корень;

б) уравнение $|x| = a^2 - 4$ не имеет корней;

в) уравнение $|x+4| = a^2 + 4$ имеет два корня.

2

Решите уравнения с параметром a:

а) $ax = -2$;

б) $(a + 2)x = 3$;

в) $(a - 3)x = 3 - a$;

г) $(a + 3)x = (a + 3)(a - 2)$.

3

Решите уравнения с модулем:

а) $|3x + 2| = 4$;

б) $|125x - 34| = -2$;

в) $|x^2 + x| = 0$;

г) $||x + 3| - 4| = 1$;

д) $|||x - 3| + 3| - 3| = 3$;

е) $|10 - |x - 1|| = 8$;

ж) $|x - 1| + |5 - x| = 18$;

з) $|x - 3| + |x + 1| = 4$;

и) $|9 - x| + |1 + x| = 8$;

к) $||3x + 2| - 4| = x$.

К-1. ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА, УРАВНЕНИЯ

Вариант А1

1

Упростите выражения:

а) $(2a - 3b) - (a - b)$;

б) $5 + 2(x - 1)$.

2

Периметр прямоугольника равен 28 см. Его длина больше ширины на 4 см. Найдите длину и ширину прямоугольника.

3

Решите уравнения:

а) $6x - 10{,}2 = 4x - 2{,}2$;

б) $15 - (3x - 3) = 5 - 4x$;

в) $2(x - 0{,}5) + 1 = 9$.

4

На первой полке в 3 раза больше книг, чем на второй. Когда с первой полки переставили на вторую 32 книги, на обеих полках книг стало поровну. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

5

Решите уравнение:

$|x| = 25$.

Вариант А2

1

Упростите выражения:

а) $-(4b - a) + (5b - 2a)$;

б) $3 + 4(x - 2)$.

2

Периметр прямоугольника равен 24 см. Его ширина в 3 раза меньше длины. Найдите длину и ширину прямоугольника.

3

Решите уравнения:

а) $8x - 15{,}3 = 6x - 3{,}3$;

б) $18 - (6x + 5) = 4 - 7x$;

в) $6(x + 0{,}5) - 3 = 9$.

4

В первой корзине в 2 раза меньше яблок, чем во второй. Когда из второй корзины переложили в первую 14 яблок, то в обеих корзинах яблок стало поровну. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

5

Решите уравнение:

$|x| = 49$.

Дополнительное задание

Найдите значение p, при котором число 2 является корнем уравнения

$2px = 32$.

$3px = 24$.

Вариант Б1

1

Упростите выражения:

а) $2a - (3b - a) + (3b - 2a)$;

б) $6(a - 2) - 3(2a - 5)$.

2

Одна из сторон треугольника на 2 см меньше другой и в два раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 22 см.

5

Решите уравнения:

а) $2x - \frac{4}{7} = 0$;

б) $7(3x + 1) - 11x = 2$;

в) $11x = 6 - (4x + 66)$.

4

В двух бригадах было одинаковое количество рабочих. После того, как из первой бригады перевели во вторую 8 рабочих, в ней стало в 3 раза меньше рабочих, чем во второй бригаде. Сколько рабочих было в каждой бригаде первоначально?

5

Решите уравнение:

$(x + 3)(2 - x) = 0$.

Вариант Б2

1

Упростите выражения:

а) $5x + (7y - x) - (3x + 7y)$;

б) $8(x - 3) + 4(5 - 2x)$.

2

Одна из сторон треугольника на 6 см меньше другой и на 9 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 33 см.

5

Решите уравнения:

а) $3x - \frac{6}{11} = 0$;

б) $4(2 - 4x) + 6x = 3$;

в) $9x = 5x - (72 - 2x)$.

4

В двух папках было одинаковое количество тетрадей. После того, как из второй папки переложили в первую 6 тетрадей, в первой папке тетрадей стало в 3 раза больше, чем во второй. Сколько тетрадей было в каждой папке первоначально?

5

Решите уравнение:

$(x - 4)(1 + x) = 0$.

Дополнительное задание

Найдите значение m, при котором имеют общий корень уравнения

$2x - 3 = 7$ и $m - 3x = 1$.

$5 - 3x = -1$ и $5x - m = 3$.

Вариант В1

1

Упростите выражения:

а) $x - (2x + 3) + (2 - 0{,}5x)$;

б) $2 + 3\left(y - \frac{1}{3}\right) - 2(0{,}5 + y)$.

2

Периметр треугольника ABC равен 28 см. Сторона BC в 2 раза больше стороны AB, а сторона AC на 2 см меньше стороны BC. Найдите стороны треугольника.

3

Решите уравнения:

а) $-(2x + 0{,}1) = 3(0{,}5 - x)$;

б) $19x - (3x - 4) = 4(5x - 1)$;

в) $4(0{,}25x - 6) = 8(0{,}125x + 3)$.

4

В первом бидоне в 5 раз больше молока, чем во втором. После того, как из первого бидона перелили во второй 5 литров, в первом бидоне стало в 3 раза больше молока, чем во втором. Сколько литров молока было в каждом бидоне первоначально?

5

Решите уравнение:

$(|x| + 2)(|x| - 3) = 0$.

Вариант В2

1

а) $1 + (0{,}5x - 3) - (1{,}5x - 4)$;

б) $1 - 4\left(\frac{1}{2}y + 1\right) + 5(0{,}2 - y)$.

2

Периметр треугольника ABC равен 21 см. Сторона AB в 2 раза меньше стороны CB, а сторона CB на 4 см больше стороны AC. Найдите стороны треугольника.

3

а) $2(2{,}5x - 1) = -(1{,}8 - 4x)$;

б) $10x - (2x - 4) = 4(3x - 2)$;

в) $16(0{,}25x - 1) = 5(0{,}8x - 3{,}2)$.

4

В двух пакетах было по 11 конфет. После того, как из первого пакета взяли в 3 раза больше конфет, чем из второго, в первом пакете осталось в 4 раза меньше конфет, чем во втором. Сколько конфет взяли из каждого пакета?

5

Решите уравнение:

$(4 + |x|)(|x| - 1) = 0$.

Дополнительное задание

Найдите значение a, при котором имеют общий корень уравнения

$5x - 1 = 2a - 2$ и $3x + 2 = a + 5$.

$2x + 1 = a + 5$ и $3x - 7 = 2a - 2$.

Функции

С-4. ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

Вариант А1 | **Вариант А2**

1

Функция задана формулой

$y = 2x - 3$; | $y = 3x + 2$;

а) найдите значение y

при $x = 4$; | при $x = -1$;

б) найдите значение x, при котором

$y = 1$; | $y = 8$;

в) принадлежит ли графику функции точка

$A(-1; -5)$? | $B(2; 0)$?

2

Одна из сторон прямоугольника равна x см, а другая 5 см. Выразите формулой зависимость

площади прямоугольника S от x. | периметра прямоугольника P от x.

3

Выразите из формулы $\rho = \dfrac{m}{V}$

переменную m. | переменную V.

Вариант Б1 | **Вариант Б2**

1

Функция задана формулой

$y = -x + 3$; | $y = 4 - 3x$;

а) найдите значение функции, если значение аргумента равно

-2; | -4;

б) найдите значение аргумента, при котором значение функции равно

4; 1;

в) какие из точек A, B, C, D принадлежат графику этой функции:

$A(0;\ 3)$; $B(2{,}5;\ -0{,}5)$; $C\left(5\frac{1}{3};\ 2\frac{1}{3}\right)$; $D(-4;\ 7)$?

$A(0;\ 4)$; $B(-1{,}5;\ 8{,}5)$; $C\left(\frac{1}{3};\ 1\right)$; $D(-2;\ 2)$?

2

Расстояние между пунктами A и B равно 60 км. Из пункта A в пункт B выехал велосипедист.

Первые t часов он ехал со скоростью 12 км/ч. Выразите зависимость оставшегося пути s от t.

Первые 4 часа он ехал со скоростью v км/ч. Выразите зависимость оставшегося пути s от v.

3

Выразите из формулы $s = s_0 + vt$

переменную v.

переменную t.

Вариант В1

1

Функция задана формулой

$y = \frac{1}{3}x - 6$;

а) найдите значение функции, если значение аргумента равно

6;

б) найдите значение аргумента, при котором значение функции равно

$\frac{2}{3}$;

в) какая точка графика этой функции имеет абсциссу, равную ординате?

2

При делении числа m

на 7 неполное частное равно q, а остаток 4.

Вариант В2

Функция задана формулой

$y = \frac{1}{2}x + 4$;

а) найдите значение функции, если значение аргумента равно

–8;

б) найдите значение аргумента, при котором значение функции равно

–0,5;

2

При делении числа m

на n неполное частное равно 5, а остаток 4.

а) Задайте формулой зависимость m от q.

б) Задайте формулой зависимость q от m.

а) Задайте формулой зависимость m от n.

б) Задайте формулой зависимость n от m.

❸

Выразите из формулы $t = t_0 + \frac{s}{v}$

переменную s.

переменную v.

С-5. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ. ПРЯМАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ

Вариант А1 **Вариант А2**

❶

Постройте график функции

$y = 2x - 1$.

$y = x + 3$.

❷

Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения графика функции

$y = -x + 4$

$y = 4x - 8$

с осями координат.

❸

Постройте график функции

$y = 2x$.

$y = -x$.

Принадлежит ли этому графику точка

$A(400; 200)$?

$B(-40; -40)$?

❶

Постройте график функции

$y = -4$.

$y = 3$.

В какой точке этот график пересекается с осью y?

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Постройте график функции

$y = -4x + 6.$

$y = 2x - 3.$

2

Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения графика функции

$y = 6x - 11$

$y = 8 - 10x$

с осями координат.

3

Постройте график функции

$y = -0{,}5x.$

$y = 0{,}8x.$

Найдите координаты точки пересечения этого графика с прямой

$y = -1.$

$y = 4.$

4

График прямой пропорциональности проходит через точку A. Проходит ли он через точку B, если

$A(1{,}5;\ -3)$, $B(-11;\ 22)$?

$A(-0{,}5;\ 4)$, $B(2;\ -16)$?

Вариант В1

Вариант В2

1

Постройте график функции

$y = 2 - 0{,}5x.$

$y = 0{,}4x + 1.$

2

Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения графика функции

$y = 3(x - 1) + 2$

$y = 2(x + 3) - 5$

с осями координат.

3

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3}x, & \text{если } x < 3; \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases} \qquad y = \begin{cases} 0,2x, & \text{если } x < 5; \\ 1, & \text{если } x > 5. \end{cases}$$

Проходит ли этот график через точку

$A(6;\ 2)$? $A(10;\ -2)$?

4

График прямой пропорциональности проходит через точку C. Найдите значение m, при котором он проходит через точку D, если

$C(2;\ 1)$, $D(-4;\ m)$.

$C(-4;\ 8)$, $D(m;\ -2)$.

С-6*. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ
(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1 **Вариант 2**

1

Найдите область определения функции:

Вариант 1	Вариант 2
а) $y = \dfrac{3x-6}{x-1}$;	а) $y = \dfrac{x-7}{2x+4}$;
б) $y = \dfrac{2}{(x+3)(1-x)}$;	б) $y = \dfrac{3}{(4+x)(x-2)}$;
в) $y = \dfrac{x+4}{\lvert x\rvert - 4}$;	в) $y = \dfrac{x-5}{\lvert x\rvert - 5}$;
г) $y = \dfrac{2x-8}{\lvert x-4\rvert}$;	г) $y = \dfrac{4x+8}{\lvert x+2\rvert}$;
д) $y = \dfrac{x-1}{x^2+1}$.	д) $y = \dfrac{x+4}{x^2+4}$.

2

Постройте графики функций:

а) $y = \begin{cases} -x, & \text{если } x < 1, \\ 2x - 3, & \text{если } x \geq 1; \end{cases}$

б) $y = |x| - 1$;

в) $y = |2x - 4|$;

г) $y = ||x - 1| - 2|$;

д) $y = |||x| - 1| - 2|$;

е) $y = |x| + x$;

ж) $y = \dfrac{x - 1}{|x - 1|}$.

а) $y = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x < -1, \\ -2x, & \text{если } x \geq -1; \end{cases}$

б) $y = 1 - |x|$;

в) $y = |3x + 3|$;

г) $y = ||x - 2| - 1|$;

д) $y = |||x| - 2| - 1|$;

е) $y = |x| - x$;

ж) $y = \dfrac{|x + 2|}{-(x + 2)}$.

К-2. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

Вариант А1

1

Найдите значение функции

$y = 15x - 1$ при $x = 2$.

2

На одном чертеже постройте графики функций:

$y = 2x$; $y = -x + 1$; $y = 3$.

3

Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика функции

$y = 2x + 4$.

4

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков

$y = -8x - 5$ и $y = 3$.

Вариант А2

1

Найдите значение функции

$y = 6x - 3$ при $x = 4$.

2

На одном чертеже постройте графики функций:

$y = -3x$; $y = x + 2$; $y = -2$.

3

Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика функции

$y = 4x - 4$.

4

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков

$y = -5x + 1$ и $y = -4$.

5

Среди перечисленных функций $y = 2x - 3$, $y = -2x$, $y = 2 + x$, $y = 1 + 2x$, $y = -x + 3$ укажите те, графики которых параллельны графику функции

$y = x - 3$. $y = 2x + 3$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Определите, при каком значении аргумента функция $y = 7x - 6$ принимает значение, равное

22. -20.

2

На одном чертеже постройте графики функций:

$y = 2{,}5x$; $y = -4$; $y = -2x + 1$.

$y = -3x$; $y = 3$; $y = 1{,}5x + 1$.

3

Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика функции

$y = 8x - 8$. $y = 7x + 7$.

4

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков функций

$y = 10x - 14$ и $y = -3x + 12$. $y = 6 - 9x$ и $y = 5x - 8$.

5

Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через начало координат и параллелен прямой

$y = 9x - 3$. $y = -7x - 2$.

Вариант В1

Вариант В2

1

Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика функции

$y = 36x - 18.$

$y = -42x + 21.$

2

На одном чертеже постройте графики функций:

$y = -\frac{3}{4}x + 2; y = 0;$

$y = -2{,}5x.$

$y = \frac{2}{3}x - 3;\ y = 3{,}5;$

$y = -0{,}25x.$

3

График прямой пропорциональности проходит через точку

$C(-1;\ 4).$

$C(1;\ -3).$

Задайте эту функцию формулой.

4

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков

$y = \frac{x}{2}$ и $y = 3x - 5.$

$y = -\frac{x}{3}$ и $y = 12 - x.$

5

Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен прямой

$y = 2x + 11$

$y = -x + 8$

и пересекается с графиком

$y = x - 3$

$y = 5x + 1$

в точке, лежащей на оси ординат.

2

Найдите значение выражения

$16 - 0{,}5x^5$ при $x = -2$.

$1 - \frac{1}{27}x^3$ при $x = -3$.

3

Упростите выражения:

а) $\frac{(c^3)^3 \cdot c^2}{c^{11}}$;

б) $\frac{(a^2 \cdot a^2)^2}{a^7}$;

в) $(-3abc)^3$.

а) $\frac{(c^5)^3 \cdot c^7}{c^{22}}$;

б) $\frac{(a^3 \cdot a^2)^2}{a^9}$;

в) $(-5xyz)^3$.

4

Вычислите, используя свойства степени:

а) $1{,}1^5 \cdot \left(\frac{10}{11}\right)^5$;

б) $\frac{100^3 \cdot 10^7}{2^{13} \cdot 5^{13}}$.

а) $2{,}3^7 \cdot \left(\frac{10}{23}\right)^7$;

б) $\frac{36^3 \cdot 6^4}{2^{10} \cdot 3^{10}}$.

5

Представьте в виде степени с основанием y:

$(y^{n+5})^2 : ((-y^2)^3)^2$.

$(y^{n-4})^5 \cdot ((-y^4)^2)^3$.

С-8. ОДНОЧЛЕН

Вариант А1 **Вариант А2**

1

Найдите значение одночлена

$5xy^2$ при $x = -1$; $y = 2$.

$3a^2b$ при $a = 2$; $b = -1$.

2

Приведите одночлены к стандартному виду:

а) $2a^3 \cdot (-0{,}5a)$;
б) $-bc^6 \cdot 2c^5b^3$.

а) $-4b \cdot 0{,}25b^4$;
б) $-3a^2b \cdot (-b^4a^3)$.

3

Упростите выражения:

а) $(2a^2b)^3$;
б) $-3a^3 \cdot (-ab^2)^4$.

а) $(3x^2y)^2$;
б) $2b^2 \cdot (-a^2b)^3$.

4

Замените M одночленом так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

а) $6a^5b^3 = 3ab^2 \cdot M$;
б) $M^2 = 25x^6y^2$.

а) $12x^7y^4 = 4x^6y^2 \cdot M$;
б) $M^2 = 49a^2b^8$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Найдите значение одночлена

$2x^2y^3$ при $x = -0{,}5$; $y = -2$.

$3a^3b^2$ при $a = -3$; $b = -\frac{1}{3}$.

2

Приведите одночлены к стандартному виду:

а) $-9y \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)$;
б) $-0{,}4x^2y \cdot 5y^3x^4$.

а) $21x^3y^2 \cdot \left(-\frac{4}{7}x\right)$;
б) $-0{,}25a^2b^4 \cdot (-8ba^3)$.

3

Упростите выражения:

а) $(-0{,}3ab^4)^3$;
б) $(-a^7b^3)^2 \cdot 4ab^9$.

а) $(-0{,}2xy^5)^3$;
б) $8x^5y \cdot (-x^3y^4)^4$.

4

Представьте в виде:

а) квадрата одночлена выражение

$\frac{1}{49}a^{14}b^2$;

$\frac{1}{36}x^2y^{16}$;

б) куба одночлена выражение

$-27x^3y^6$. $-8a^{12}b^3$.

Вариант В1

Вариант В2

1

Найдите значение одночлена

$-200xy^3$ при $x = -\frac{1}{2}$; $y = -0{,}1$.

$-800a^3b$ при $a = -\frac{1}{2}$; $b = -0{,}1$.

2

Приведите одночлены к стандартному виду:

а) $\frac{2}{3}ab^2 \cdot (-0{,}6a^3b)$;

б) $-12a^2bc \cdot (-0{,}1ab^3c) \cdot 5c^2$.

а) $\frac{1}{3}x^2y \cdot (-1{,}2x^4y^2)$;

б) $8x^2y \cdot (-0{,}4xy^3z) \cdot (-5xz)$.

3

Упростите выражения:

а) $(3xy^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{27}xy^2\right)$;

б) $-(-a^3b^2)^3 \cdot (-0{,}6ab^2)^2$.

а) $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^3 \cdot 81a^5b$;

б) $-(-ab^6)^2 \cdot (-0{,}4a^2b)^3$.

4

Известно, что $2a^2b = m$. Выразите через m значение выражения:

а) $4a^4b^2$;

б) $40a^6b^3$.

а) $8a^6b^3$;

б) $12a^4b^2$.

Дополнительные упражнения

1

Найдите сумму, разность, произведение и частное чисел x и y, если:

$x = 2{,}7 \cdot 10^7$;
$y = 4{,}5 \cdot 10^6$.

$x = 3{,}8 \cdot 10^6$;
$y = 2{,}4 \cdot 10^5$.

❷

Упростите выражения:

а) $x^n \cdot x^{n+2} : x^{2n-1}$;
б) $(y^{n-3})^2 \cdot y^6 \cdot y^{2n}$.

а) $x^{n+4} \cdot x^{n-3} : x^{2n+1}$;
б) $z^{3n} : z^3 : (z^{n-1})^3$.

❸

Вычислите при натуральном n:

$(-1)^n \cdot (-1)^{n+1} \cdot (-1)^{2n+4}$.

$(-1)^{n+3} \cdot (-1)^n \cdot (-1)^{2n-1}$.

С-9. АБСОЛЮТНАЯ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТИ

Вариант А1

Вариант А2

❶

Округлите до единиц и найдите абсолютную и относительную погрешности приближенного значения

числа 12,3.

числа 4,8.

❷

Какое из приближенных значений

числа $\frac{3}{8}$

числа $\frac{5}{16}$

точнее:

0,3 или 0,4?

0,31 или 0,32?

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

Округлите до десятых и найдите абсолютную и относительную погрешности приближенного значения

числа 1,56.

числа 0,84.

❷

Какое из приближенных значений

числа $\frac{2}{11}$

числа $\frac{4}{11}$

точнее:

0,181 или 0,182?

0,363 или 0,364?

Вариант В1

Вариант В2

1

Округлите до сотых и найдите абсолютную и относительную погрешности приближенного значения

числа 1,1959.

числа 0,9959.

2

Выберите среди данных приближенных значений числа $\pi = 3{,}141592...$ наиболее точное:

3,14; 3,1416; $3\frac{3}{22}$; $3\frac{4}{29}$.

3,1; 3,142; $3\frac{2}{15}$; $3\frac{5}{36}$.

К-3. СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ. ОДНОЧЛЕН

Вариант А1

Вариант А2

1

Вычислите:

а) $-10^2 \cdot 0{,}2$;

б) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$;

в) $1^7 - (-1)^7$.

а) $-2^4 \cdot 0{,}5$;

б) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2$;

в) $(-1)^9 - 1^9$.

2

Выполните действия:

а) $x^4 \cdot x$;

б) $y^6 : y^2$;

в) $(-2c^6)^4$.

а) $x^3 \cdot x^7$;

б) $y^4 : y$;

в) $(-3c^4)^2$.

3

Постройте график функции

$y = x^2$. $y = x^3$.

Определите по графику значение y

при $x = -2$. при $x = 2$.

4

Упростите выражения:

а) $2a^5b^2 \cdot ba^3$; а) $3a^2b \cdot b^4a^4$;

б) $(-0{,}1x^3)^4 \cdot 10x$; б) $(-0{,}2x^2)^3 \cdot 5x^2$;

в) $\left(\frac{2}{3}ab^2\right)^3 \cdot \frac{3}{2}a^3b^2$. в) $\left(\frac{3}{7}a^2b\right)^2 \cdot \frac{7}{3}b^2a$.

5

Используя свойства степени, найдите значение выражения:

$\frac{4^5 \cdot 2^6}{32^3}$. $\frac{9^5 \cdot 3^3}{81^3}$.

Дополнительное задание

Вычислите $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$, если

$a = 4{,}2 \cdot 10^3$, $a = 6{,}4 \cdot 10^4$,
$b = 2{,}1 \cdot 10^2$. $b = 1{,}6 \cdot 10^3$.

Вариант Б1

1

Вычислите:

а) $3^4 - (-1)^4$;

б) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 0{,}027$;

в) $(-7^2) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^2$.

Вариант Б2

а) $2^2 - (-3)^2$;

б) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 0{,}064$;

в) $(-5^4) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^4$.

2

Выполните действия:

а) $\frac{x^3 \cdot x}{(x^2)^2}$;

б) $(-0{,}4a^3b)^2$;

в) $(m^3 \cdot m^2)^2 \cdot (2m)^3$.

а) $\frac{(x^4)^3}{x^{11} \cdot x}$;

б) $(-0{,}2ab^5)^3$;

в) $(6x)^2 \cdot (x \cdot x^5)^4$.

3

Постройте график функции

$y = x^2$.

$y = x^3$.

Определите по графику значение x, соответствующее значению $y = 1$.

4

Упростите выражения:

а) $5a^4b \cdot (-8a^3b^2)$;

б) $-24x^6y \cdot \left(\frac{1}{2}y^2\right)^3$;

в) $(-ab^2)^3 \cdot (-5a^2b)^2$.

а) $-3a^8b^3 \cdot 2ab^6$;

б) $-98xy^3 \cdot \left(\frac{1}{7}x^2\right)^2$;

в) $(-4ab^3)^3 \cdot (-a^2b)^2$.

5

Используя свойства степени, найдите значение выражения:

$\frac{9^5 \cdot 4^5}{6^{10}}$.

$\frac{25^7 \cdot 4^7}{10^{13}}$.

Дополнительное задание

Вычислите $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$, если

$a = 6 \cdot 10^{n+1}$, $b = 3 \cdot 10^n$,

$a = 8 \cdot 10^{n+2}$, $b = 4 \cdot 10^{n+1}$,

где n — натуральное число.

Вариант В1

Вариант В2

1

Вычислите:

а) $2 \cdot 1{,}4^0 - 1{,}4^2$;

а) $1{,}5^0 - 2 \cdot 1{,}5^2$;

б) $\left(\dfrac{-5^4}{(-5)^4}\right)^4$;

в) $\left(1-\dfrac{4}{27}\cdot(-3)^2\right)^3$.

б) $\left(\dfrac{(-2)^6}{-2^6}\right)^6$;

в) $\left(2+\dfrac{5}{16}\cdot(-2)^3\right)^4$.

2

Выполните действия:

а) $\dfrac{(x^4\cdot x^2)^3}{x^{17}}$;

б) $\left(-1\dfrac{2}{7}a^3bc^5\right)^2$;

в) $-(-2a^4)^3\cdot 2a^4$.

а) $\dfrac{(x^5)^2\cdot x^4}{x^{13}}$;

б) $\left(-1\dfrac{1}{3}ab^4c^2\right)^3$;

в) $-(-3b^3)^2\cdot 3b^3$.

3

Постройте график функции

$y = x^2$.

$y = x^3$.

Найдите все значения k, при которых точка $A(k; 1)$ принадлежит данному графику.

4

Упростите выражения:

а) $-\dfrac{1}{2}a^3b\cdot(-a^2b^4)\cdot 4b^3a$;

б) $2\dfrac{1}{4}c^3d\cdot\left(-\dfrac{2}{3}cd^2\right)^2$;

в) $(-10ab^3)^3\cdot(-0{,}1a^3b^2)^3$.

а) $8a^2b\cdot\left(-\dfrac{1}{4}ab^6\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{2}b^5a^3\right)$;

б) $3\dfrac{3}{8}c^3d^2\cdot\left(-\dfrac{2}{3}c^2d^2\right)^3$;

в) $(-2a^2b^3)^3\cdot(-0{,}5ab^4)^3$.

5

Используя свойства степени, найдите значение выражения:

$\dfrac{24^5}{4^7\cdot 81}$.

$\dfrac{18^6}{32\cdot 27^4}$.

6

Упростите выражение:

$(-1)^n\cdot(-1)^n\cdot(-1)^n\cdot(-1)^n$,

$(-1)^{2n}:(-1):(-1)$,

где n — натуральное число.

Многочлены

С-10. МНОГОЧЛЕН. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Вариант А1 | **Вариант А2**

1

Вычислите значение многочлена при $x = -1$:

$x^2 - 2x - 3$. | $x^2 - 6x - 7$.

2

Приведите к стандартному виду многочлены:

а) $4x^2 + 3x - 5x^2 + x^3$; | а) $-2x^2 + 3x^3 + x^2 - 5x$;

б) $2xy \cdot 5y - 3y \cdot 3x^2$. | б) $6a \cdot 2ab - 4b^2 \cdot 3$.

3

Найдите сумму и разность многочленов:

$2x^2 - 3x$ и $5x - x^2$. | $4x^2 + 2x$ и $3x - 2x^2$.

4

Карандаш стоит x коп., а ручка — y коп. Петя купил 6 карандашей и 4 ручки, а Вася — карандаш и 2 ручки. Запишите в виде выражения,

сколько копеек уплатили вместе Петя и Вася. | на сколько копеек больше заплатил Петя, чем Вася.

5

При каком значении x

разность многочленов $2{,}3x - 1{,}4$ и $2{,}8 - 0{,}7x$ равна $-4{,}2$? | сумма многочленов $2{,}3x - 1{,}4$ и $2{,}8 - 0{,}7x$ равна $1{,}4$?

Вариант Б1 | **Вариант Б2**

1

Является ли число -2 корнем уравнения

$-3x^2 - 5x + 2 = 0$? | $-5x^2 - 9x + 2 = 0$?

2

Приведите к стандартному виду многочлены:

а) $-x + 5x^2 + 3x^3 + 4x - x^2$;
б) $2x \cdot 4xy^2 - 8xy^2 - 2y^2 \cdot 3x^2$.

а) $4x^2 - 3x^3 - 5x^2 + x + x^3$;
б) $4x^2 \cdot 3xy - 12xy - 2y \cdot 6x^3$.

3

Найдите сумму и разность многочленов:

$x^2 - 3x - 4$ и $x - 2x^2 - 1$.

$x^2 + x - 2$ и $3 - 3x - 2x^2$.

4

От пристани в противоположных направлениях вышли одновременно 2 одинаковых катера. Собственная скорость каждого катера x км/ч, а скорость течения y км/ч. Запишите в виде выражения,

каково будет расстояние между катерами через 1 час после начала движения.

на сколько большее расстояние пройдет за 1 час катер, идущий по течению.

5

Замените M многочленом так, чтобы получилось тождество:

$M + (6x^2 - 3xy) = x^2 - xy + y^2$.

$M - (4xy + 3y^2) = x^2 + xy - y^2$.

Вариант В1

1

Является ли число $-\frac{1}{3}$ корнем уравнения

$-3x^2 + 5x + 2 = 0$?

2

Приведите к стандартному виду многочлены:

а) $m^2 - 3m + m^3 - 4m^2 + 3m - 2$;
б) $2x^2 \cdot 7xy^2 - 4xy^2(-xy) - 3x \cdot 5x^2y^2$.

Вариант В2

$-3x^2 - 10x - 3 = 0$?

а) $-2m + 4m^2 - m^3 + m - m^2 + 2$;
б) $5x^3 \cdot (-3y^2) - 2x^2y \cdot 8x + 6x^2y^2 \cdot 3x$.

3

Найдите сумму и разность многочленов:

$8x^2 - xy - 3y^2$ и $-7x^2 + xy - 3y^2$.

$-x^2 + 2xy - 2y^2$ и $4x^2 + 2xy + 2y^2$.

4

В первый день пути турист прошел x км, а в каждый последующий день проходил на y км больше, чем в предыдущий. Запишите в виде выражения,

какое расстояние прошел турист за 3 дня.

какое расстояние прошел турист за второй и третий день вместе.

5

Докажите, что сумма

двух последовательных нечетных чисел кратна 4.

трех последовательных нечетных чисел кратна 3.

С-11. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН. ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

Вариант А1

Вариант А2

1

Выполните действия:

а) $-3x(2x - 1)$;
б) $(2a - b)\cdot 8b + 8b^2$.

а) $(4y - 2)\cdot(-2y)$;
б) $5a(a - 2b) + 10ab$.

2

Вынесите за скобки общий множитель:

а) $3ax + 4a$;
б) $6x^2 - 3x$.

а) $2bc - 3c$;
б) $10y^3 + 2y$.

3

Печатая за 1 час на 3 страницы больше, чем планиро-

3

Машинистка затратила на перепечатку книги на 1 час

валось, машинистка перепечатала книгу за 6 часов вместо 7 часов по плану. Сколько страниц в книге?

меньше, чем планировала, так как печатала в час 21 страницу вместо 18 по плану. Сколько страниц в книге?

4

Решите уравнения:

а) $5x - 2(x + 1) = 13$;

б) $x - \frac{x-3}{2} = 4$.

а) $8x + 5(2 - x) = 13$;

б) $2x - \frac{x+1}{3} = 3$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Выполните действия:

а) $(-7b^2 - b + 2)(-2b^3)$;

б) $0{,}5a(2a - b) - 0{,}5b(2b - a)$.

а) $-3a^2(-a + 9a^2 - 2)$;

б) $10x(y - 0{,}2x) - 10y(x - 0{,}2y)$.

2

Вынесите за скобки общий множитель:

а) $2ab^2 - ab$;

б) $18x^4 + 12x^3$.

а) $7xy^3 + xy$;

б) $9y^6 - 6y^4$.

3

За 8 часов по течению моторная лодка проходит расстояние, в 2 раза большее, чем за 5 часов против течения. Какова скорость течения, если собственная скорость лодки 13,5 км/ч?

3

За 8 часов по течению моторная лодка проходит расстояние, в 2 раза большее, чем за 5 часов против течения. Какова собственная скорость лодки, если скорость течения 1,5 км/ч?

4

Решите уравнения:

а) $3x(2x + 1) - x(6x - 1) = 10$;

б) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = 1$.

а) $x(4x - 2) - 2x(2x + 4) = 4$;

б) $\frac{3x}{5} - \frac{x+1}{2} = 1$.

Вариант В1

1

Выполните действия:

а) $-\frac{4}{7}a\cdot\left(2,1a^3-0,7a+\frac{1}{4}\right)$;

б) $5a(a+b)-(3a-b)b+$
$+2b(b-a)$.

2

Вынесите за скобки общий множитель:

а) $-a^7-5a^{11}-3a^6$;

б) $8x^4y^2-12x^2y^3+4x^2y^2$.

3

У продавца было одинаковое количество гвоздик и роз. Он составил букеты из роз (по 3 цветка в букете) и из гвоздик (по 5 цветков в букете). Всего получилось 16 букетов. Сколько роз было у продавца?

4

Решите уравнения:

а) $4x^2-3x=0$;

б) $\frac{6x-1}{5}-\frac{2-x}{4}=\frac{3x+2}{2}$.

Вариант В2

а) $-\frac{2}{3}x^3\cdot\left(-0,9x^2+1,5x-\frac{1}{2}\right)$;

б) $6b(a-b)+3b(2a-b)-$
$-(6a-b)b$.

а) $-x^5-3x^7-2x^4$;

б) $3x^3y-6x^3y^2+9x^4y$.

3

В библиотеке было столько же атласов, сколько и контурных карт. Атласы разложили в пачки по 10 штук, а карты — в пачки по 15 штук. Всего получилось 15 пачек. Сколько атласов было в библиотеке?

а) $2x^2-5x=0$;

б) $\frac{2x-3}{6}-\frac{4-x}{3}=\frac{x-1}{2}$.

К-4. МНОГОЧЛЕН

Вариант А1

1

Выполните действия:

а) $(x^2+4x)-(x^2-4x)$;

Вариант А2

а) $(2a-a^2)-(a^2+2a)$;

б) $-x(x^2 - 3x)$;
в) $2x(x + 6) - 3x(4 - x)$.

б) $(3a^2 - a)\cdot(-a)$;
в) $6x(3 - x) - 2x(x + 9)$.

2

Вынесите общий множитель за скобки:

а) $8ab - 4ac$;
б) $x^4 + x^3$.

а) $3xy + 6ay$;
б) $y^3 - y^4$.

3

За три дня продано 50 кг риса. В первый день продано на 5 кг меньше, чем во второй, а в третий столько, сколько в первый и второй вместе. Сколько риса продано в каждый из дней?

3

В трех седьмых классах 30 мальчиков. В 7–А на 3 мальчика больше, чем в 7–Б, а в 7–В столько, сколько в 7–А и 7–Б вместе. Сколько мальчиков в каждом классе?

4

Решите уравнения:

а) $x^2 - x = 0$;
б) $\frac{x+3}{4} - \frac{x}{2} = 3$.

а) $x^2 + x = 0$;
б) $\frac{x-2}{6} - \frac{x}{2} = 2$.

5

Известно, что $2a - b = 5$. Вычислите

$4a - 2b$.

$6a - 3b$.

Вариант Б1

1

Выполните действия:

а) $(8a - 3a^2 + 1) - (a - 3a^2)$;
б) $16a^3 - 2a^2(8a - 3)$;
в) $2ab(a + b) - ab(a - b)$.

2

Вынесите общий множитель за скобки:

а) $14xy + 21y^2$;
б) $3y^3 - 6y^6$.

Вариант Б2

а) $(4a^2 + 9a) - (a^2 - 1 + 9a)$;
б) $6a^4 - 2a^2(3a^2 + a)$;
в) $xy(x - y) - 2xy(x + y)$.

а) $10a^2b - 25b^2$;
б) $2x^2 + 4x^4$.

3

Перевозя за день 8 т груза вместо 6 т, водитель выполнил задание на 2 дня раньше, чем планировал. Сколько тонн груза перевез водитель?

3

Токарь выполнил заказ за 6 дней вместо 8 дней, так как в день вытачивал на 2 детали больше, чем планировал. Сколько деталей было заказано токарю?

4

Решите уравнения:

а) $x^2 + 5x = 0$;

б) $2 - \frac{x+4}{9} = \frac{x-2}{3}$.

а) $x^2 - 4x = 0$;

б) $4 - \frac{x+1}{6} = \frac{x+5}{2}$.

5

Докажите, что выражение

$8^5 + 2^{13}$ делится на 10.

$9^6 - 3^{10}$ делится на 24.

Вариант В1

1

Выполните действия:

а) $(x^3 + 1{,}3x^2 - 2x) - (1{,}3x + 2x^2)$;

б) $4x(0{,}75x^2 - x) - 3x^3$;

в) $(3 - 2a)ab^2 - (ab - 3b)2ab$.

2

Вынесите общий множитель за скобки:

а) $8a^4b^2 - 12a^2b^3 + 4a^2$;

б) $x(y - 5) - 6(5 - y)$.

3

Длину прямоугольника уменьшили на 4 см и получили квадрат, площадь которого меньше площади прямоугольника на 12 см^2. Найдите сторону квадрата.

4

Решите уравнения:

а) $3x - 27x^2 = 0$;

Вариант В2

а) $(1{,}8x - x^2) - (x^2 - 0{,}2x + 2)$;

б) $8y^2(y - 0{,}125y^2) + y^4$;

в) $(1 - y)3x^2y - (3xy - x)xy$.

а) $6x^2y^5 + 12x^5y^3 - 2y^3$;

б) $a(3 - b) - 2(b - 3)$.

3

Ширину прямоугольника увеличили на 5 см и получили квадрат, площадь которого больше площади прямоугольника на 40 см^2. Найдите сторону квадрата.

а) $4x - 20x^2 = 0$;

б) $\frac{2x}{3} - \frac{2x+1}{6} = \frac{3x-5}{4}$.

б) $\frac{3-x}{3} - \frac{x+1}{2} = \frac{5x}{4}$.

5

Докажите, что при целом n

$n^2 - n$ — четно.

$n^2 + n$ — четно.

С-12. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ. СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

Вариант А1

1

Упростите выражения:

а) $(x - 2)(x + 3)$;

б) $(2x^2 - y^2)(3y^2 - x^2)$.

2

Разложите на множители:

а) $xa + xb + 6a + 6b$;

б) $x^3 - x^2 + x - 1$;

в) $ab - 2a - 2b + 4$.

3

Упростите и вычислите при $x = -3$:

$2 - (x - 1)(x + 1)$.

4

Решите уравнение:

$(3 - x)(x + 4) + x^2 = 0$.

Вариант А2

а) $(x - 1)(x + 7)$;

б) $(a^2 - 4b^2)(b^2 - 4a^2)$.

а) $ac + bc + 2a + 2b$;

б) $a^3 - 2a^2 + a - 2$;

в) $3x + 9 - xy - 3y$.

$5 - (2 + x)(2 - x)$.

$(4 - x)(x + 5) + x^2 = 0$.

Вариант Б1

1

Упростите выражения:

а) $(4x - 3)(8x + 6)$;

б) $2y(y^2 - 1)(2 + y)$.

Вариант Б2

а) $(6x + 4)(2 - 3x)$;

б) $x^2(x - 3)(2 + x^2)$.

2

Разложите на множители:

а) $ax + 3ay + 5x + 15y$;

б) $x^5 + 2x^4 - x - 2$;

в) $ab - ac - a^2 + bc$.

а) $2bc + ac + 6b + 3a$;

б) $x^4 + 3x^3 - x - 3$;

в) $xy - a^2 - ax + ay$.

3

Упростите и вычислите при $y = \frac{1}{9}$:

$4y^3 - (1 + 2y)(2y^2 - y)$.

$y^3 - (3y + y^2)(y - 3)$.

4

Решите уравнение:

$(1 - x)(2 - x) = (x + 3)(x - 4)$.

$(2 - x)(3 - x) = (x + 2)(x - 5)$.

Вариант В1

1

Упростите выражения:

а) $(9 + a^2 - 3a)(a^2 + 3a)$;

б) $(a - 2)(a - 3)(a + 1)$.

2

Разложите на множители:

а) $2xy - 3ay + 2x^2 - 3ax$;

б) $a^2b^2 + 2a^2b - 2ab - ab^2$;

в) $(x - y)^2 + 3(y - x)$.

3

Упростите и вычислите при $b = 1\frac{1}{7}$:

$2(2 - b)(b^2 + 2b) + (2b^2 - 4b)(b + 2)$.

4

Решите уравнение:

$x^2 + 8x + 7 = 0$.

Вариант В2

а) $(x^2 - 2x)(2x + 4 + x^2)$;

б) $(a + 2)(a + 3)(a - 1)$.

а) $4ab - bc + 4a^2 - ac$;

б) $x^2y - xy^2 - xy + x^2$;

в) $(a - 2)^2 - 5(2 - a)$.

$b(2 - 2b)(b + 3) + (b - 1)(2b^2 + 6b)$.

$x^2 + 6x + 8 = 0$.

Дополнительные задания

1

Разложите на множители многочлены:

а) $a^2 - a - ab^2 + b - 2ab + 2$;
б) $abx^2 + bxy - axy - y^2$;
в) $a^{k+1} - a + a^k - 1$;
г) $a^{2n+1} - a^{n+1} + a^n - 1$;
д) $x^4 + 16x^2 + 28$.

2

Вокруг дачного домика, длина которого на 2 м больше ширины, заасфальтировали дорожку шириной в 1 м. Площадь дорожки на 16 м^2 меньше площади под домом. Найдите длину и ширину домика.

К-5. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ. СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

Вариант А1

1

Упростите выражения:

а) $(2x + 1)(x - 1)$;
б) $(3 - y^2)(y - 4)$;
в) $a^2 + (2 - a)(a + 5)$;
г) $(b - 1)(b^2 + b - 2)$.

2

Разложите на множители:

а) $xy + 3y + xa + 3a$;
б) $2a - ab + 6 - 3b$.

3

Докажите тождество:

$3x(1 - 2x)(2x + 1) = 3x - 12x^3$.

Вариант А2

а) $(x + 2)(2x - 1)$;
б) $(2 - y)(y^2 + 3)$;
в) $(a + 4)(1 - a) + a^2$;
г) $(b + 2)(b^2 - b + 2)$.

а) $ab + 2b + ac + 2c$;
б) $9 - 3y + 3x - xy$.

$2x(2 - 3x)(3x + 2) = 8x - 18x^3$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $x^3 + 4x^2 - x - 4$;
б) $a^3 - 3ab - 2a^2b + 6b^2$.

5

Квадрат задуманного числа на 14 меньше, чем произведение двух чисел, больших задуманного на 1 и на 2 соответственно. Найдите задуманное число.

а) $2x^3 + x^2 - 2x - 1$;
б) $4ab - b^3 - 8a^2 + 2ab^2$.

5

Квадрат задуманного числа на 16 больше, чем произведение двух чисел, меньших задуманного на 1 и на 2 соответственно. Найдите задуманное число.

Вариант Б1

1

Упростите выражения:

а) $(2x - 5)(3x + 4)$;
б) $(x - 3y)(2y - 5x)$;
в) $a(a - 5) - (a - 2)(a - 3)$;
г) $(2b + 1)(4b^2 - 2b + 1)$.

2

Разложите на множители:

а) $x^3 + 2x^2 + x + 2$;
б) $4x - 4y + xy - y^2$.

5

Докажите тождество:

$$2x^2(4x^2 - 3)(3 + 4x^2) = 32x^6 - 18x^2.$$

4

Представьте в виде произведения:

а) $a^2 - bc + ab - ac$;
б) $3a + ab^2 - a^2b - 3b$.

5

Если длину прямоугольника уменьшить на 2 см, а ширину увеличить на 1 см, то полу-

Вариант Б2

1

Упростите выражения:

а) $(2x - 3)(4x + 1)$;
б) $(3x - y)(2y - 7x)$;
в) $a(a + 4) - (a - 2)(a + 6)$;
г) $(1 - 3b)(9b^2 + 3b + 1)$.

2

Разложите на множители:

а) $3x^3 + x^2 + 3x + 1$;
б) $2x + 2y - x^2 - xy$.

5

Докажите тождество:

$$3x^3(2x^2 + 5)(5 - 2x^2) = 75x^3 - 12x^7.$$

4

Представьте в виде произведения:

а) $cb - ab - ca + b^2$;
б) $a^2b - 2b + ab^2 - 2a$.

5

Сторона квадрата на 2 см меньше одной из сторон прямоугольника и на 3 см боль-

чится квадрат, площадь которого на 4 см^2 меньше площади прямоугольника. Найдите сторону квадрата.

ше другой. Найдите сторону квадрата, если его площадь на 10 см^2 больше площади прямоугольника.

Вариант В1

1

Упростите выражения:

а) $(3x^2 + y)(2y - 5x^2)$;
б) $(7x - 1)(x^2 - 4x + 2)$;
в) $(a^2 + b^2)(2a - b) - ab(b - a)$;
г) $-8b(b + 3)(2 - b^2)$.

2

Разложите на множители:

а) $2x^5 + 5x^4 - 2x^2 - 5x$;
б) $3a - 3b + (a - b)^2$.

3

Докажите тождество:

$x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $x^2 - 2xy + x - xz + 2yz - z$;
б) $a^3 - ab - a^2b + a^2$.

5

Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух меньших чисел меньше произведения двух больших на 14.

Вариант В2

а) $(4x^2 + 3y)(y - 2x^2)$;
б) $(5x + 2)(x^2 - 2x - 3)$;
в) $(a^2 - b^2)(2a + b) - ab(a - b)$;
г) $-3b(1 - b^2)(5b + 2)$.

а) $x^7 + 9x^6 - x^2 - 9x$;
б) $(a + b)^2 + 2a + 2b$.

$x^4 - 1 = (x + 1)(x^3 - x^2 + x - 1)$.

а) $x^2 + xy - x - ax - ay + a$;
б) $ab^2 - b^2 - ab + b^3$.

5

Найдите три последовательных натуральных числа, если квадрат наименьшего из них на 20 меньше произведения двух других чисел.

Формулы сокращенного умножения

С-13. КВАДРАТ СУММЫ И КВАДРАТ РАЗНОСТИ

Вариант А1

1

Выполните действия:

а) $(4 + a)^2$;
б) $(2x - 1)^2$;
в) $(2a + 3b)^2$;
г) $(x^3 - 3)^2$.

2

Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:

а) $x^2 + 6x + 9$;
б) $25x^2 - 10x + y^2$.

3

Упростите выражения:

а) $(4x + 3)^2 - 24x$;
б) $18c^2 - 2(3c - 1)^2$.

Вариант А2

1

Выполните действия:

а) $(5 + x)^2$;
б) $(1 - 3x)^2$;
в) $(3a - 10b)^2$;
г) $(x^2 + 4)^2$.

2

Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:

а) $4 + 4a + a^2$;
б) $a^2 - 8ab + 16b^2$.

3

Упростите выражения:

а) $(2x - 5)^2 + 20x$;
б) $36c - 3(1 + 6c)^2$.

Вариант Б1

1

Выполните действия:

а) $(11 - x)^2$;
б) $(2x + 0,5)^2$;

Вариант Б2

1

Выполните действия:

а) $(y + 15)^2$;
б) $(5x - 0,2)^2$;

в) $(-3a + 2b)^2$;
г) $(a^2 + b^3)^2$.

в) $(-2a + 7b)^2$;
г) $(a^3 + b^4)^2$.

2

Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:

а) $x^2 + 49 - 14x$;
б) $25y^2 + 20xy + 4x^2$.

а) $12x + x^2 + 36$;
б) $16x^2 - 24xy + 9y^2$.

3

Упростите выражения:

а) $(5x - 3y)^2 + 30xy$;
б) $4x^4 - 2(x^4 + 1)^2$.

а) $(6a + 2b)^2 - 24ab$;
б) $-6x^3 - 3(x^3 - 1)^2$.

Вариант В1

1

Выполните действия:

а) $\left(2y + \frac{1}{4}\right)^2$;
б) $(-7x - 1)^2$;
в) $(a^2 - 2b)^2$;
г) $(8x + x^3)^2$.

2

Представьте трехчлен двумя способами в виде квадрата двучлена:

а) $100x^2 + 1 - 20x$;
б) $x^4 + 4y^2 + 4x^2y$.

3

Раскройте скобки:

а) $(3a - b)^2 - (3a + b)^2$;
б) $(a + (b - c))^2$.

Вариант В2

а) $\left(3x - \frac{1}{3}\right)^2$;
б) $(-6x - 1)^2$;
в) $(4a - b^2)^2$;
г) $(x^4 - 9x)^2$.

а) $1 + 81y^2 - 18y$;
б) $8ab^3 + 16a^2 + b^6$.

а) $(2x + y)^2 - (2x - y)^2$;
б) $(c - (a + b))^2$.

С-14. РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ. СУММА И РАЗНОСТЬ КУБОВ

Вариант А1

1

Упростите выражения:

а) $(3 - a)(3 + a)$;
б) $(b + 2a)(2a - b)$;
в) $(x^2 - 1)(1 + x^2)$.

2

Разложите на множители:

а) $y^2 - 100$;
б) $-0{,}16x^2 + y^2$;
в) $a^4 - 25$.

3

Решите уравнения:

а) $(x - 1)(x + 1) - x(x - 2) = 0$;
б) $x^2 - 4 = 0$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $y^3 + 8$;
б) $a^3 - 1$.

Вариант А2

а) $(a - 4)(a + 4)$;
б) $(5x + y)(y - 5x)$;
в) $(1 - x^3)(x^3 + 1)$.

а) $49 - x^2$;
б) $-0{,}01a^2 + b^2$;
в) $9 - a^4$.

а) $(x + 2)(x - 2) - x(x - 3) = 0$;
б) $x^2 - 1 = 0$.

а) $y^3 + 1000$;
б) $b^3 - 8$.

Вариант Б1

1

Упростите выражения:

а) $(x - 12)(x + 12)$;
б) $(3a + 2b)(2b - 3a)$;
в) $(-4n^3 + n)(n + 4n^3)$.

2

Разложите на множители:

а) $400 - y^2$;

Вариант Б2

а) $(14 + x)(14 - x)$;
б) $(5a + 3b)(3b - 5a)$;
в) $(2n^2 + n)(-2n^2 + n)$.

а) $x^2 - 121$;

б) $-0{,}25x^2 + y^2z^2$;
в) $(x + 1)^2 - 4$.

б) $-0{,}04a^2 + b^2c^2$;
в) $(x - 1)^2 - 9$.

3

Решите уравнения:

а) $x^2 - (x + 3)(x - 3) = 3x$;
б) $4x^2 - 9 = 0$.

а) $x^2 - (x - 4)(x + 4) = 2x$;
б) $25x^2 - 16 = 0$.

1

Представьте в виде произведения:

а) $27x^3 - y^3$;
б) $y^3 + 64$.

а) $8a^3 + y^3$;
б) $x^3 - 125$.

Вариант В1

1

Упростите выражения:

а) $(5a + 0{,}2)(0{,}2 - 5a)$;
б) $(-6a - 2b)(6a - 2b)$;
в) $(b^2 + 4)(b - 2)(b + 2)$.

2

Разложите на множители:

а) $-a^4 + 16$;
б) $64x^2 - (x - 1)^2$;
в) $(3x - 3)^2 - (x + 2)^2$.

3

Решите уравнения:

а) $(2x - 1)^2 - 4(x - 2)(x + 2) = 0$;
б) $\frac{1}{4}x^2 = 0{,}16$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $8x^3 + 0{,}064y^3$;
б) $x^3 - 64$.

Вариант В2

1

Упростите выражения:

а) $(10x + 0{,}3)(0{,}3 - 10x)$;
б) $(7a - 3b)(-7a - 3b)$;
в) $(x^2 + 9)(x + 3)(x - 3)$.

2

Разложите на множители:

а) $-a^4 + 81$;
б) $25x^2 - (x + y)^2$;
в) $(3x - 2)^2 - (x + 1)^2$.

3

Решите уравнения:

а) $(3x + 1)^2 - 9(x + 1)(x - 1) = 0$;
б) $\frac{1}{9}x^2 = 0{,}81$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $27x^3 + 0{,}008y^3$;
б) $1 - x^6$.

С-15. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЦЕЛОГО ВЫРАЖЕНИЯ В МНОГОЧЛЕН. СПОСОБЫ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ

Вариант А1

1

Разложите на множители:

а) $2y^2 - 18$;

б) $2x^2 - 12x + 18$.

2

Упростите выражения:

а) $(2a + 3)(a - 3) - 2a(4 + a)$;

б) $(1 - x)(x + 1) + (x - 1)^2$.

3

Докажите тождество:

$x^4 - 27x = (x^2 - 3x)(x^2 + 3x + 9)$.

Вариант А2

1

Разложите на множители:

а) $3y^2 - 27$;

б) $3x^2 + 12x + 12$.

2

Упростите выражения:

а) $(5 - a)(3a + 1) - 3a(4 - a)$;

б) $(2 - x)(x + 2) + (x + 2)^2$.

3

Докажите тождество:

$x^5 + 8x^2 = (x^3 + 2x^2)(x^2 - 2x + 4)$.

Вариант Б1

1

Разложите на множители:

а) $64a - a^3$;

б) $x^3 - 10x^2 + 25x$.

2

Упростите выражения:

а) $(a + b)(a - 2b) + (2b - a)(2b + a)$;

б) $(3x + 2)^2 - (3x - 1)^2$.

3

Докажите тождество:

$(x^2 + 3)^2 =$
$= (x^2 - 3)(x^2 + 3) + 6(x^2 + 3)$.

Вариант Б2

1

Разложите на множители:

а) $y^5 - 25y^3$;

б) $16x + 8x^2 + x^3$.

2

Упростите выражения:

а) $(3a - b)(a + b) + (b - 3a)(b + 3a)$;

б) $(2x + 3)^2 - (2x - 1)^2$.

3

Докажите тождество:

$(4 - x^2)^2 =$
$= (4 - x^2)(4 + x^2) + 2x^2(x^2 - 4)$.

Вариант В1

1

Разложите на множители:

а) $x^3 - xy^2 - 6y^2 + 6x^2$;

б) $8x^4y - xy^4$.

2

Упростите выражения:

а) $(2x+3)(2x-1)-(2x+1)(2x-1)$;

б) $(3a - 3b)^2 - 3(a - b)^2$.

3

Докажите тождество:

$(a^2 + 4)^2 - 16a^2 = (a + 2)^2(a - 2)^2$.

Вариант В2

1

Разложите на множители:

а) $a^3 - 2a^2 + 18 - 9a$;

б) $a^5b^2 + 27a^2b^5$.

2

Упростите выражения:

а) $(3x+1)(x-1)-(3x-1)(3x+1)$;

б) $(2a + 2b)^2 - 2(a + b)^2$.

3

Докажите тождество:

$(4a+1)^2(4a-1)^2 = (16a^2+1)^2-64a^2$.

С-16*. ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С МНОГОЧЛЕНАМИ
(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Разложите на множители:

а) $30x - 9x^2 - 70y + 49y^2$;

б) $20a^2 - 45b^2 + 30b - 5$;

в) $x^4 + 4x^2 + 3$;

г) $a^2 - 3ab + 2b^2$;

д) $28x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

2

Докажите, что при любых значениях переменных многочлен

$x^2 + 2x + y^2 - 4y + 5$

принимает неотрицательные значения.

Вариант 2

1

Разложите на множители:

а) $64x^2 - 48x - 25y^2 - 30y$;

б) $18a^2 + 24a + 8 - 200b^2$;

в) $x^4 + 8x^2 + 15$;

г) $a^2 + 4ab + 3b^2$;

д) $126x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

2

Докажите, что при любых значениях переменных многочлен

$x^2 - 4x + y^2 + 6y + 13$

принимает неотрицательные значения.

3

Решите уравнения:

а) $x^2 - 2|x| + 1 = 0$;

б) $(x+1)^2 - 6|x+1| + 9 = 0$;

в) $x^3 + |x| = 0$;

г) $|x| + x + |x| \cdot x = 0$;

д) $|x| \cdot x - x + 2|x| - 2 = 0$;

е) $x^2 + x + 1 = |x|^0$.

а) $x^2 - 4|x| + 4 = 0$;

б) $(x-3)^2 - 10|x-3| + 25 = 0$;

в) $x^3 - |x| = 0$;

г) $|x| - x - |x| \cdot x = 0$;

д) $|x| \cdot x - 3|x| - x + 3 = 0$;

е) $x^2 - x + 1 = |x|^0$.

4

Докажите, что при любом натуральном n

а) $(n^2 + n)(n + 2)$ кратно 3;

б) $n^3 - n$ кратно 6;

в) если $n^2 - 1$ четно, то $n^2 - 1$ делится на 8;

г) $5^n - 1$ кратно 4;

д) если n нечетно, то $1 + 2^n + 7^n + 8^n$ кратно 9.

а) $8n^3 - 2n$ кратно 3;

б) $(n^2 + n)(n + 5)$ кратно 6;

в) если $n^3 - 4n$ четно, то $n^3 - 4n$ делится на 48;

г) $10^n - 1$ кратно 9;

д) если n нечетно, то $6^n + 4^n + 3^n + 1$ кратно 7.

К-6. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

Вариант А1

1

Упростите выражения:

а) $(c - 2)(c + 3) - c^2$;

б) $7(x + 8) + (x + 8)(x - 8)$;

в) $(x + 5)4x - (2x + 5)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $8x^2 - 8y^2$;

Вариант А2

а) $(c + 4)(c - 1) - c^2$;

б) $5(x - 4) - (x + 4)(x - 4)$;

в) $(3 - 4x)16x + (8x - 3)^2$.

а) $ax^2 - ay^2$;

б) $-a^2 + 6a - 9$;
в) $ab^3 - ba^3$.

б) $-x^2 - 10x - 25$;
в) $a^4b^2 - b^4a^2$.

3

Решите уравнение:

$x(x - 2)(x + 1) = x^2(x - 1)$.

$x(x + 3)(x - 1) = x^2(x + 2)$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $3x - 3y + x^2y - xy^2$;
б) $a^3 - 8$.

а) $x^2y + xy^2 - 2x - 2y$;
б) $a^3 + 27$.

5

Докажите, что при любых значениях x и y значение выражения неотрицательно:

$4x^2 - 20xy + 25y^2$.

$9x^2 + 24xy + 16y^2$.

Вариант Б1

1

Упростите выражения:

а) $-3x(2 - x) + (3x + 1)(x - 2)$;
б) $3(2x - 1)^2 + 12x$;
в) $(x + 3)^2 - (x - 2)(x + 2)$.

2

Разложите на множители:

а) $36x^3 - x$;
б) $2a^2 + 8ab + 8b^2$;
в) $a^4 - 1$.

5

Решите уравнение:

$(x^2 - 1)(x^2 + 3) = (x^2 + 1)^2 + x$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $x^3 - xy^2 + 3y^2 - 3x^2$;

Вариант Б2

1

Упростите выражения:

а) $-2x(1 - x) + (2x - 3)(x - 1)$;
б) $4(1 + 3x)^2 - 24x$;
в) $(x + 4)(x - 4) - (x - 3)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $y - 100y^3$;
б) $7a^2 - 14ab + 7b^2$;
в) $16 - y^4$.

5

Решите уравнение:

$(x^2 - 6)(x^2 + 2) = (x^2 - 2)^2 - x$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $xy^2 - x + 5 - 5y^2$;

б) $8m^4 - m^7$.

б) $m^8 + 27m^5$.

5

Докажите, что при любых значениях x выражение принимает положительные значения:

$x^2 - 10x + 29$.

$x^2 + 8x + 19$.

Вариант В1

1

Упростите выражения:

а) $(1 - 2x)(4x^2 + 2x + 1) + 8x^3$;
б) $(2 - x)(2 + x)(x - 1) + x^2(x - 1)$;
в) $(x - 5)^2 - 4(x + 5)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $-3x^2 - 12x - 12$;
б) $24y^5 - 3y^2$;
в) $162b^3 - 2a^2b$.

3

Решите уравнение:

$y^3 + 3y^2 - y - 3 = 0$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $(x^2 + 2)^2 - 4(x^2 + 2) + 4$;
б) $a^2 - x^2 - 6x - 9$.

5

При каких значениях y выражение

$-y^2 + 4y - 5$.

принимает наибольшее значение? Найдите это значение.

Вариант В2

1

Упростите выражения:

а) $(1 + 3x)(9x^2 - 3x + 1) - 27x^3$;
б) $(x + 2)(3 + x)(3 - x) + x^2(x + 2)$;
в) $(x + 4)^2 - 9(x - 4)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $-5x^2 + 30x - 45$;
б) $2y^4 + 54y$;
в) $3xy^2 - 147x^3$.

3

Решите уравнение:

$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $(x^2 - 1)^2 + 6(x^2 - 1) + 9$;
б) $a^2 - x^2 + 4x - 4$.

5

При каких значениях y выражение

$-y^2 - 2y - 3$.

принимает наибольшее значение? Найдите это значение.

Системы линейных уравнений

С-17. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ. УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ. СПОСОБ ПОДСТАНОВКИ

Вариант А1 **Вариант А2**

1

Решите графически систему уравнений. Выполните проверку, подставив найденные решения в уравнения системы:

$\begin{cases} y - 1 = x, \\ y = 3 - x. \end{cases}$ $\begin{cases} y - 2 = x, \\ y = 2x. \end{cases}$

2

Решите систему способом подстановки:

$\begin{cases} x = y - 3, \\ 2y - x = 6. \end{cases}$ $\begin{cases} y = 5 - x, \\ 3x - y = 11. \end{cases}$

3

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений:

$5x - 2y = 0$ и $x + 2y = 12$. $4x + 3y = 0$ и $x - 3y = 15$.

4

График уравнения $x - y = a$ проходит через точку

$K(-2; 3)$. $K(4; -1)$.

Найдите число a.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Решите графически систему уравнений. Выполните проверку, подставив найденные решения в уравнения системы:

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ x - 3y = -2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 2, \\ x + 2y = 10. \end{cases}$$

2

Решите систему способом подстановки:

$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 9x - 4y = -7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y = 6, \\ 2y - 5x = -4. \end{cases}$$

3

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений:

$2x + 3y = -1$ и $8x - 6y = 14$.

$3x - 2y = 4$ и $6x + 4y = 16$.

4

Определите, имеет ли данная система решения и сколько:

$$\begin{cases} x - 3y = 2, \\ 6y - 2x = -4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 6y = 2, \\ 3y - 2x = 1. \end{cases}$$

Вариант В1

Вариант В2

1

Решите графически систему уравнений. Выполните проверку, подставив найденные решения в уравнения системы:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7, \\ 2y + 5x = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 3y = 1, \\ 5y - 8x = 2. \end{cases}$$

2

Решите систему способом подстановки:

$$\begin{cases} 3(x+y)+1 = x+4y, \\ 7-2(x-y) = x-8y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+2(x-y) = 3x-4y, \\ 10-4(x+y) = 3y-3x. \end{cases}$$

2

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений:

$\frac{x}{2}-\frac{y}{6}=1$ и $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=3$.

$\frac{x}{3}-\frac{y}{9}=3$ и $\frac{x}{6}+\frac{y}{3}=-2$.

4

Определите, при каком значении a данная система имеет бесконечно много решений:

$$\begin{cases} 3x-5y = 4, \\ ax+15y = -12. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x+3y = -1, \\ 4x+ay = 2. \end{cases}$$

С-18. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. СПОСОБ СЛОЖЕНИЯ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

Вариант А1

Вариант А2

1

Решите систему способом сложения:

$$\begin{cases} 3x-2y = 4, \\ 5x+2y = 12. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y = 10, \\ -2x+5y = 6. \end{cases}$$

2

Решите задачу с помощью системы уравнений.

Периметр прямоугольника равен 26 см. Его длина на 3 см больше ширины. Найдите стороны прямоугольника.

Периметр прямоугольника равен 16 см. Его ширина на 4 см меньше длины. Найдите стороны прямоугольника.

3

Решите систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)=8, \\ \frac{1}{4}(x-y)=4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{6}(x+y)=4, \\ \frac{1}{3}(x-y)=8. \end{cases}$$

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Решите систему способом сложения:

$$\begin{cases} x-4y=9, \\ 3x+2y=13. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+y=6, \\ -4x+3y=8. \end{cases}$$

2

Решите задачу с помощью системы уравнений.

Туристическую группу из 42 человек расселили в двух- и трехместные номера. Всего было занято 16 номеров. Сколько среди них было двухместных и сколько трехместных?

За покупку канцтоваров на сумму 65 коп. Таня расплатилась пяти- и десятикопеечными монетами. Всего она отдала 9 монет. Сколько среди них было пятикопеечных и сколько десятикопеечных?

3

Решите систему:

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{5}=\frac{y-1}{2}, \\ 4x+5y=23. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-5}{3}=\frac{3y+2}{4}, \\ 4x+9y=-10. \end{cases}$$

Вариант В1

Вариант В2

1

Решите систему способом сложения:

$$\begin{cases} 2x-7y=3, \\ 3x+4y=-10. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x+2y=-9, \\ 4x-5y=6. \end{cases}$$

2

Решите задачу с помощью системы уравнений.

Сумма цифр двухзначного числа равна 7. Если эти цифры поменять местами, то получится число, большее данного на 45. Найдите данное число.

Сумма цифр двухзначного числа равна 11. Если эти цифры поменять местами, то получится число, меньшее данного на 9. Найдите данное число.

3

Решите систему:

$$\begin{cases} x+y=3, \\ z-y=4, \\ x-z=5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=9, \\ x+y-z=7, \\ x-y=2. \end{cases}$$

С-19*. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ С НЕСКОЛЬКИМИ ПЕРЕМЕННЫМИ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Постройте графики уравнений:

а) $x^2+xy=0$;

б) $9x^2-y^2=0$;

в) $xy+3y-5x=15$;

г) $x^2+4x+4+y^2=0$;

д) $|x-y-1|+x^2+2xy+y^2=0$;

е) $|y|=x+1$;

ж) $|y|=|x|$;

з) $\frac{|y|}{y}=|x|\cdot x$;

Вариант 2

а) $2x^2-xy=0$;

б) $y^2-4x^2=0$;

в) $3x-xy+3=y$;

г) $x^2+y^2-2y+1=0$;

д) $x^2-2xy+y^2+|x+y-2|=0$;

е) $|y|=x-1$;

ж) $x^2=y^2$;

з) $\frac{|x|}{x}=|y|\cdot y$;

и) $x = y^2 - 1$;

к) $y + |y| = x$.

и) $x = y^2 + 1$;

к) $|y| - y = x$.

❷

Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5, \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - y - z = 0, \\ x + y - z = 4, \\ x + y + z = 6. \end{cases}$

а) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5, \\ \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y - z = 5, \\ x - y + z = 3, \\ x - y - z = -1. \end{cases}$

❸

Решите уравнение

– в натуральных числах:

а) $2x + 3y = 7$;

б) $4x^2 - y^2 = 11$;

а) $3x + 2y = 7$;

б) $x^2 - 4y^2 = 5$;

– в целых числах:

в) $(x + 1)(y + 2) = 3$;

г) $xy + x + y = 1$.

в) $(x - 2)(y - 1) = 5$;

г) $xy - x - y = 2$.

К-7. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

Вариант А1 **Вариант А2**

❶

Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} a + b = 6, \\ 5a - 2b = 9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ x + 3y = 7. \end{cases}$

а) $\begin{cases} a + b = 7, \\ 5a - 3b = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 3x - y = 5. \end{cases}$

2

На 1 плащ и 3 куртки пошло 9 м ткани, а на 2 плаща и 5 курток — 16 м. Сколько ткани требуется на пошив плаща и сколько — на пошив куртки?

2

За 1 булку и 4 бублика заплатили 68 коп., а за 2 булки и 3 бублика — 76 коп. Найдите цену булки и цену бублика.

3

Прямая $y = kx + b$ проходит через точки A и B. Найдите числа k и b и запишите уравнение этой прямой, если

$A(0; 2)$, $B(3; -1)$.

$A(2; -5)$, $B(0; 1)$.

4

Найдите значения a и b, при которых решением системы уравнений является пара $x = 1$, $y = 1$:

$$\begin{cases} ax + 4y = 6, \\ bx - 3y = -2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + ay = 5, \\ 7x - by = 6. \end{cases}$$

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} 2a + 3b = 10, \\ a - 2b = -9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x - 5y = 9, \\ 4x + 2y = 6. \end{cases}$

а) $\begin{cases} a + 2b = 5, \\ 3a - b = 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x - 2y = 8, \\ 6x + 3y = 9. \end{cases}$

2

2 гири и 3 гантели весят 47 кг, а 3 гири тяжелее 6 гантелей на 18 кг. Сколько весит гиря и сколько — гантель?

2

4 блокнота и 3 ручки стоят 90 коп., а 3 блокнота дороже 2 ручек на 25 коп. Найдите цену блокнота и цену ручки.

3

График линейной функции проходит через точки A и B. Задайте эту функцию формулой, если:

$A(-5;\ 32)$ и $B(3;\ -8)$.

4

Разность квадратов двух натуральных чисел равна 25, а сумма этих чисел тоже равна 25. Найдите эти числа.

Вариант В1

1

Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} a - 3b + 2 = 0, \\ 2a - 4b + 1 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5(x + y) - 7(x - y) = 10, \\ 4(x + y) + 3(x - y) = 51. \end{cases}$

2

Катер за 3 ч по течению и 5 ч против течения проходит 76 км. Найдите скорость течения и собственную скорость катера, если за 6 ч по течению катер проходит столько же, сколько за 9 ч против течения.

3

График линейной функции проходит через точки A и B. Задайте эту функцию формулой, если:

$A(4;\ 2)$ и $B(-4;\ 0)$.

4

Решите уравнение:

$|x + y - 2| + x^2 - 2xy + y^2 = 0.$

Вариант В2

1

Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} 3a + 7b - 8 = 0, \\ a + 5b - 4 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2(2x - y) + 3(2x + y) = 32, \\ 5(2x - y) - 2(2x + y) = 4. \end{cases}$

2

Катер за 3 ч по течению и 5 ч против течения проходит 92 км. За 5 ч по течению катер проходит на 10 км больше, чем за 6 ч против течения. Найдите собственную скорость катера и скорость течения.

3

График линейной функции проходит через точки A и B. Задайте эту функцию формулой, если:

$A(2;\ -1)$ и $B(-2;\ -3)$.

4

Решите уравнение:

$|x - y - 3| + x^2 - 4xy + 4y^2 = 0.$

К-8. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

1

Упростите выражения:

а) $4x^4 \cdot (-2x^2)^3$;

б) $(3x - 1)(3x + 1) + (3x + 1)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $25a - ab^2$;

б) $3a^2 - 6a + 3$.

3

Решите уравнение:

$$\frac{x-4}{2} + 3x = 5.$$

4

Одно полотно разрезали на 5 равных частей, а другое, длина которого на 10 м больше, на 7 таких же частей. Какова длина каждого полотна?

Вариант А2

а) $5x^2 \cdot (-3x^3)^2$;

б) $(2x - 1)^2 + (2x + 1)(2x - 1)$.

а) $b^2c - 9c$;

б) $2a^2 + 12a + 18$.

$$\frac{x+2}{3} - 4x = 8.$$

Муку рассыпали в 8 одинаковых по весу пакетов, а сахар — в 6 таких же пакетов. Сколько весит мука и сколько весит сахар, если сахара было на 10 кг меньше?

5

Постройте график функции

$y = 2x - 3$.

$y = 3x - 5$.

Найдите координаты точки пересечения этого графика с прямой

$y = -5x + 11$.

Вариант Б1

1

Упростите выражения:

а) $5xy^3 \cdot (-2x^2y)^4$;

Вариант Б2

а) $10x^2y \cdot (-3xy^2)^3$;

б) $(2y - 3x)^2 - (3x + 2y)(2y - 3x)$.

б) $(x + 4y)^2 - (4y - x)(x + 4y)$.

2

Разложите на множители:

а) $4ab^3 - a^3b$;
б) $-9b - 6b^2 - b^3$.

а) $ab^3 - 9a^3b$;
б) $-25a + 10a^2 - a^3$.

3

Решите уравнение:

$$\frac{5-x}{2} + \frac{4x-3}{3} = 4.$$

$$\frac{5x-4}{4} - \frac{x+2}{3} = 2.$$

4

Расстояние по реке между пунктами A и B туда и обратно катер проходит за 8 часов. Найдите это расстояние, если собственная скорость катера 8 км/ч, а скорость течения 2 км/ч.

4

Над выполнением заказа ученик работал 8 часов, а мастер выполнил такой же заказ за 6 часов. Сколько деталей составляет заказ, если мастер и ученик за 1 час вместе изготовляют 7 деталей?

5

Постройте график функции

$y = 3x - 5$.

$y = 4x - 7$.

Найдите координаты точки пересечения этого графика с прямой $y = x + 82$.

Вариант В1

Вариант В2

1

Упростите выражения:

а) $(2x^2y)^3 \cdot (-xy^3)^2$;
б) $(-x - 7y)^2 - (x + 7y)(7y - x)$.

а) $(-x^3y^2)^4 \cdot (3xy^2)^3$;
б) $(3x + 5y)(5y - 3x) + (-3x - 5y)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $27a^2 - a^5$;
б) $a^2 + 2ab + b^2 - 9$.

а) $x^4 - 125x$;
б) $a^2 + 4ab + 4b^2 - 9$.

5

Решите уравнение:

$$\frac{x-2}{5}-\frac{3x+2}{6}=\frac{2}{3}-x.$$

$$\frac{x}{4}+\frac{2x-1}{9}-2=\frac{x-9}{6}.$$

4

В первый день велосипедист проехал на 30 км больше, чем во второй. Какое расстояние он проехал за два дня, если на весь путь затрачено 5 часов, причем в первый день он ехал со скоростью 20 км/ч, а во второй — 15 км/ч.

4

Лодка прошла по озеру на 9 км больше, чем по течению реки, затратив на весь путь 9 часов. Какое общее расстояние прошла лодка, если ее скорость по озеру 6 км/ч, а скорость течения — 3 км/ч.

5

Постройте график уравнения

$2x - 3y = 5.$ $4x + 3y = 7.$

Найдите на графике точки, у которых абсцисса и ордината равны по модулю.

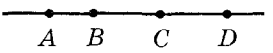
ГЕОМЕТРИЯ (по Атанасяну)

Начальные геометрические сведения

С–1. ПРЯМАЯ И ОТРЕЗОК. ЛУЧ И УГОЛ[1]

Вариант А1 **Вариант А2**

1



На прямой отмечены точки A, B, C, D.

а) Какие из данных точек принадлежат

отрезку BD? отрезку AC?

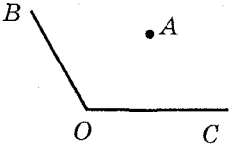
б) Отметьте

на отрезке AC точку E такую, что $E \notin AB$. на отрезке BD точку F такую, что $F \notin BC$.

в) Проведите прямую, которая

пересекала бы отрезок AD, но не пересекала отрезок AC. пересекала бы отрезок AD, но не пересекала отрезок BD.

2



Дан угол BOC и точка A, лежащая в его внутренней области.

а) Постройте луч AK, который

пересекал бы луч OB, но не пересекал луч OC. пересекал бы луч OC, но не пересекал луч OB.

---

[1] Здесь и в дальнейшем в задачах рассматриваются углы с градусной мерой не больше 180°.

б) Постройте луч OD так, чтобы

угол DOC был развернутым. угол DOB был развернутым.

в) Лежит ли точка A во внутренней области

угла BOD? угла COD?

3

Каждая из трех прямых a, b, c пересекается с двумя другими.

Могут ли эти прямые иметь

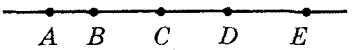
менее трех точек пересечения? более одной точки пересечения?

Ответ объясните.

Вариант Б1

Вариант Б2

1



На прямой отмечены точки A, B, C, D, E.

а) Какие из данных точек

принадлежат отрезку AD, но не принадлежат отрезку CE? принадлежат отрезку BE, но не принадлежат отрезку AC?

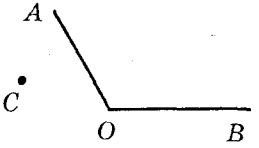
б) Отметьте точку K так, чтобы выполнялись условия

$K \in AE$, $K \notin BD$, $D \in CK$. $K \in AD$, $K \notin BC$, $B \in CK$.

в) Проведите прямую, которая пересекала бы отрезки

AD и CE. AC и BE.

2



Дан угол AOB и точка C, не лежащая в его внутренней области.

а) Постройте луч CD, который

пересекал бы лучи OA и OB. не пересекал бы лучи OA и OB.

б) Постройте

развернутый угол *COK*. развернутый угол *FOC*.

в) Какие из точек *A, B, C* лежат во внутренней области

угла *KOA*? угла *AOF*?

3

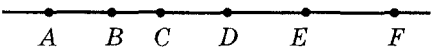
Какое наименьшее число прямых нужно провести на плоскости, чтобы они имели

три точки пересечения? четыре точки пересечения?

Ответ подтвердите чертежом.

Вариант В1 Вариант В2

1



На прямой отмечены точки *A, B, C, D, E, F*.

а) Какие из данных точек

принадлежат лучу *BE* и отрезку *AD*? принадлежат лучу *EA* и отрезку *FC*?

б) Точка *X* удовлетворяет условиям

$X \in BF,\ X \notin AD,\ F \notin CX$ $X \in AE,\ X \notin CF,\ A \notin XD$

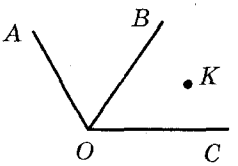
и совпадает с одной из данных точек. С какой?

в) Проведите прямую, пересекающую

отрезок *BC*, отрезок *DE*,

и назовите все отрезки с концами в данных точках, которые пересекаются с этой прямой.

2



Лучи OA, OB и OC имеют общее начало в точке O. Точка K лежит во внутренней области угла BOC.

а) Постройте точку D, такую, что

из нее можно провести луч, пересекающий все три данных луча в трех различных точках.

через нее можно провести прямую, не пересекающую ни один из данных лучей.

б) Постройте развернутый угол с вершиной в точке O так, чтобы

точки A и B лежали внутри этого угла.

точки B и C лежали внутри этого угла.

в) Назовите все неразвернутые углы, во внутренней области которых лежит точка K.

3

Определите, могут ли четыре различные прямые иметь

три точки пересечения.

пять точек пересечения.

Ответ подтвердите чертежом.

С–2. СРАВНЕНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

Вариант А1 | **Вариант А2**

1

На отрезке AC отмечена точка B. Известно, что

$AC = 16$ см, $AB = 11$ см.

$AC = 20$ см, $BC = 13$ см.

а) Сравните длины отрезков AB и BC.

б) Найдите расстояние от точки B до середины отрезка AC.

2

На прямой отмечены точки M, N, K так, что

$MN = 3$ дм, $NK = 9$ дм, $MK = 6$ дм.

$MN = 8$ дм, $NK = 6$ дм, $MK = 2$ дм.

Какая из трех точек лежит между двумя другими?

3

Отметьте ту часть отрезка AB, где может располагаться точка S, если

$AS > BS$.

$AS < BS$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

На отрезке AC отмечена точка B. Известно, что

$AC = 21$ см, а AB больше BC на 5 см.

$AC = 28$ см, а AB меньше BC в 3 раза.

а) Найдите длины отрезков AB и BC.

б) Найдите расстояние от точки B до середины отрезка AC.

2

На прямой отмечены точки M, N, K так, что

$MN = 4$ дм, $MK = 9$ дм.

Какой может быть длина отрезка NK?

$MN = 7$ дм, $NK = 5$ дм.

Какой может быть длина отрезка MK?

Рассмотрите два случая.

3

Отметьте ту часть прямой AB, где может располагаться точка S, если

$AS > BS$.

$AS < BS$.

Вариант В1

Вариант В2

1

На отрезке AC отмечена точка B. Известно, что

$AB : AC = 2:7$, а $BC = 10$ см.

$BC : AC = 3:5$, а $AB = 4$ см.

а) Найдите длины отрезков AB и BC.

б) Найдите расстояние от точки B до середины отрезка AC.

2

На прямой отмечены точки M, N, K, P так, что

$MN = 3$ дм, $NK = 1$ дм, $KP = 4$ дм.

$MN = 2$ дм, $NK = 3$ дм, $KP = 5$ дм.

Какой может быть длина отрезка MP? Рассмотрите все возможные случаи.

3

На данной прямой AB укажите все точки S, удовлетворяющие условию

$AS = 3BS$.

$BS = 3AS$.

С–3. СРАВНЕНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

Вариант А1

Вариант А2

1

Луч OB делит угол AOC на два угла.

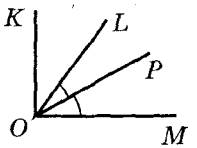
а) Найдите углы AOB и BOC, если

$\angle AOC = 120°$, а угол AOB в 3 раза больше угла BOC.

$\angle AOC = 150°$, а угол AOB в 4 раза меньше угла BOC.

б) Луч OD – биссектриса угла AOC. Найдите угол BOD.

2



На рисунке $\angle KOM = 90°$, OP – биссектриса угла LOM.

Найдите $\angle MOL$, если $\angle POK = 70°$.

Найдите $\angle MOL$, если $\angle KOP = 50°$.

❸

Угол, равный 120°, разделен тремя лучами на четыре равных угла. Сколько углов, равных 60°, при этом образовалось?

❸

Угол, равный 160°, разделен тремя лучами на четыре равных угла. Сколько углов, равных 80°, при этом образовалось?

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

Луч *OB* делит угол *AOC* на два угла.

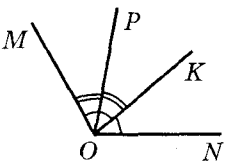
а) Найдите углы *AOB* и *BOC*, если

$\angle BOC = 80°$, а угол *AOC* в 3 раза больше угла *AOB*.

$\angle BOC = 60°$, а угол *AOB* в 4 раза меньше угла *AOC*.

б) Луч *OD* – биссектриса угла *AOC*. Найдите угол *BOD*.

❷



На рисунке луч *OK* – биссектриса угла *NOM*, а луч *OP* – биссектриса угла *KOM*.

Найдите $\angle PON$, если $\angle POM = 15°$.

Найдите $\angle POM$, если $\angle PON = 75°$.

❸

Угол, равный 150°, разделен лучами, исходящими из вершины, на пять равных углов. Сколько прямых углов при этом образовалось?

❸

Угол, равный 150°, разделен лучами, исходящими из вершины, на пять равных углов. Сколько углов, равных 60°, при этом образовалось?

Вариант В1

Вариант В2

❶

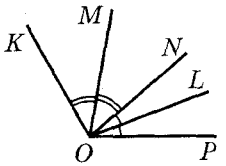
Прямой угол разделен лучами, исходящими из вершины, на три

неравных угла. Найдите эти углы, если

$\angle 1$ на $10°$ больше суммы $\angle 2$ и $\angle 3$, а $\angle 1 + \angle 3 = 60°$.

$\angle 2$ на $10°$ меньше суммы $\angle 1$ и $\angle 3$, а $\angle 1 + \angle 2 = 60°$.

2



На рисунке луч OM – биссектриса угла NOK, а луч OL – биссектриса угла NOP.

Найдите $\angle KOP$, если $\angle KOL = 80°$, $\angle POM = 70°$.

Найдите $\angle POK$, если $\angle POM = 55°$, $\angle LOK = 65°$.

3

Через точку на плоскости проведены три прямые.

Какое наименьшее количество острых углов может при этом образоваться?

Какое наибольшее количество тупых углов может при этом образоваться?

С–4. СМЕЖНЫЕ И ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ

Вариант А1 **Вариант А2**

1

Один из смежных углов

в 2 раза больше другого.

в 7 раз меньше другого.

Найдите эти углы.

2

Найдите все неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если

один из них равен 29°.

один из них равен 134°.

3

Углы AOB и BOC – смежные. Луч DO перпендикулярен к лучу BO и делит угол BOC на два угла.

Найдите $\angle COD$, если $\angle AOB = 35°$.

Найдите $\angle AOB$, если $\angle COD = 50°$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Один из смежных углов

на 30° больше другого.

на 50° меньше другого.

Найдите эти углы.

2

Найдите все неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если

сумма трех из них равна 307°.

сумма двух из них равна 212°.

2

Углы AOB и BOC – смежные. Прямая DO перпендикулярна к прямой AC. Какой может быть величина угла DOB, если

$\angle AOB = 70°$?

$\angle BOC = 100°$?

Рассмотрите два случая.

Вариант В1

Вариант В2

1

Найдите смежные углы, если

их разность и их сумма относятся как 2:9.

их разность и их сумма относятся как 5:18.

2

Найдите все неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если

один из них на 60° больше суммы двух других.

один из них на 240° меньше суммы двух других.

3

Через точку пересечения двух перпендикулярных прямых проведена третья прямая. Найдите среди образованных углов

наибольший тупой, если наибольший острый равен 70°.

наименьший острый, если наименьший тупой равен 115°.

С–5*. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ОБ ОТРЕЗКАХ И УГЛАХ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1 **Вариант 2**

1

Определите наибольшее и наименьшее число точек пересечения

четырех попарно пересекающихся отрезков.

четырех попарно пересекающихся лучей.

2

На прямой отмечены точки A и B так, что $AB = 6$. Укажите на данной прямой расположение точки (или множества точек) C, удовлетворяющих условию:

а) $AC > CB$;

б) $AC + CB = 7$;

в) $AC - CB = 2$;

г) $CB = 3AC$.

а) $AC < CB$;

б) $AC + CB = 8$;

в) $CB - AC = 4$;

г) $AC = 2CB$.

3

На плоскости отмечены точки M, N, K так, что

$MN = 10$, $NK = 6$.

$MN = 8$, $NK = 7$.

Найдите наибольшее и наименьшее расстояния между точками *M* и *K*.

4

Докажите, что

угол, дополняющий меньший из двух смежных углов до прямого, равен полуразности этих смежных углов.

если α и β – смежные углы, то $2|\alpha - 90^0| = |\alpha - \beta|$.

5

Через точку *O* проведены три прямые.

Известно, что один из образованных при этом углов – прямой. Сколько еще образовалось прямых углов с вершиной в точке *O*?

Рассмотрите тройки несоседних углов, сумма которых равна 180°. Сколько таких троек образовалось?

6

Два равных угла имеют общую вершину, а биссектриса одного из них является продолжением биссектрисы другого. Докажите, что данные углы – вертикальные.

6

Два угла имеют общую сторону, а биссектрисы этих углов взаимно перпендикулярны. Докажите, что данные углы – смежные.

К–1. НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Вариант А1

Вариант А2

1

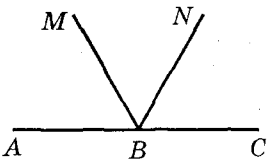
На отрезке *AB* отмечены точки *C* и *D*.

а) Найдите длину отрезка *CD*, если *AB* = 8,4 см, *AC* = = 2,1 см, *BD* = 1,3 см.

а) Найдите длину отрезка *AC*, если *AB* = 9,2 см, *BD* = = 1,9 см, *CD* = 6,3 см.

б) Какая из данных точек лежит между точками *B* и *C*?

❷



На рисунке BN – биссектриса угла MBC.

а) Найдите $\angle ABM$, если $\angle MBN = 55°$.

б) Постройте угол ABK, вертикальный с углом NBC, и найдите его градусную меру.

в) Найдите градусную меру угла CBK.

❸

Угол AOB, равный 135°, разделен лучами OC и OD на три равных угла. Сколько пар перпендикулярных лучей образовалось при делении?

На рисунке BM – биссектриса угла ABN.

а) Найдите $\angle NBC$, если $\angle MBN = 65°$.

б) Постройте угол CBK, вертикальный с углом ABM, и найдите его градусную меру.

в) Найдите градусную меру угла ABK.

❸

Угол AOB, равный 120°, разделен лучами OC, OD и OE на четыре равных угла. Сколько пар перпендикулярных лучей образовалось при делени?

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

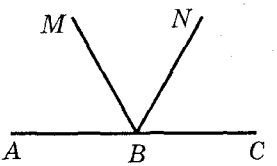
На отрезке AB отмечены точки C и D.

а) Найдите длину отрезка AD, если $AC = 1{,}2$ см, $BC = 5$ см, $BD = 3{,}8$ см.

а) Найдите длину отрезка BD, если $AC = 2{,}4$ см, $CB = 7{,}6$ см, $AD = 6$ см.

б) Какая из данных точек лежит между точками B и C?

❷



На рисунке BN – биссектриса угла MBC.

На рисунке BM – биссектриса угла ABN.

а) Найдите $\angle NBC$, если он на 15° меньше угла ABM.
б) Постройте угол ABK, вертикальный с углом MBC, и найдите его градусную меру.
в) Найдите градусную меру угла NBK.

а) Найдите $\angle ABM$, если он на 15° больше угла NBC.
б) Постройте угол CBK, вертикальный с углом ABN, и найдите его градусную меру.
в) Найдите градусную меру угла MBK.

3

Через точку O проведены прямые a, b, c, d так, что $a \perp b$, $c \perp d$.

Найдите острый угол между прямыми a и d, если тупой угол между прямыми b и c равен 110°.

Найдите тупой угол между прямыми a и c, если острый угол между прямыми b и d равен 20°.

Вариант В1

Вариант В2

1

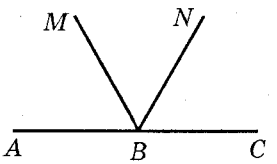
На отрезке AB отмечены точки C и D.

а) Найдите длину отрезка CD, если AB = 11 см, BC = = 7,2 см, AD = 6,9 см.

а) Найдите длину отрезка CD, если AB = 10 см, AD = = 6,1 см, BC = 7,7 см.

б) Какая из данных точек лежит между точками B и C?

2



На рисунке BN – биссектриса угла MBC.
а) Найдите $\angle NBC$, если градусные меры углов ABM и NBC относятся как 8:5.
б) Постройте луч BK – продолжение луча BM, и назовите все образованные пары вертикальных углов.

На рисунке BM – биссектриса угла ABN.
а) Найдите $\angle ABN$, если градусные меры углов ABM и NBC относятся как 11:14.
б) Постройте луч BK – продолжение луча BN, и назовите все образованные пары вертикальных углов.

в) Найдите угол между биссектрисами углов ABK и MBN.

в) Найдите угол между биссектрисами углов CBK и NBC.

3

Через точку O проведены прямые a, b, c, d так, что $a \perp b$, $c \perp d$.

Найдите наибольший из образованных острых углов, если наибольший из образованных тупых углов равен 140°.

Найдите наименьший из образованных острых углов, если наименьший из образованных тупых углов равен 110°.

Треугольники

С–6. ТРЕУГОЛЬНИК. ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

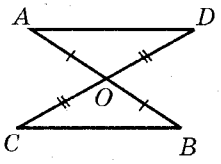
Вариант А1

❶

Треугольники ABC и MNK равны. Известно, что

$AB = MN$, $BC = NK$, $\angle C = 75°$, $MK = 4$ см. Найдите AC и $\angle K$.

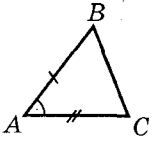
❷



Дано: $AO = OB$, $CO = OD$.

Доказать: $\Delta AOD = \Delta BOC$.

❸



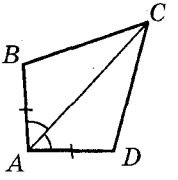
Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны (см. рисунок). Точки M и M_1 – середины отрезков

Вариант А2

Треугольники ABC и MNK равны. Известно, что

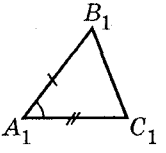
$\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$, $BC = 8$ см, $\angle K = 32°$. Найдите NK и $\angle C$.

❷



Дано: $AB = AD$, $\angle BAC = \angle DAC$.

Доказать: $\Delta ABC = \Delta ADC$.



Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны (см. рисунок). Точки D и D_1 – середины отрезков

AB и A_1B_1 соответственно. Докажите, что $CM = C_1M_1$.

AC и A_1C_1 соответственно. Докажите, что $BD = B_1D_1$.

Вариант Б1

Вариант Б2

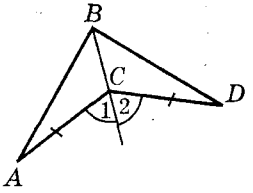
1

Треугольники ABC и MNK равны. Известно, что

$\angle A = \angle N$, $\angle B = \angle K$, $\angle C < \angle B$.
Сравните углы M и K.

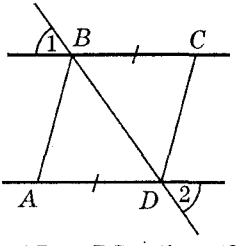
$AC = MN$, $BC = KN$, $AB > AC$.
Сравните отрезки MK и MN.

2



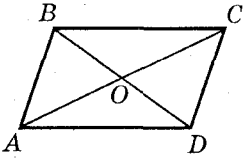
Дано: $AC = DC$, $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\Delta ABC = \Delta DBC$.

2



Дано: $AD = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\Delta ADB = \Delta CBD$.

3



На рисунке $\Delta AOB = \Delta COD$.
Докажите, что $AD = BC$.

На рисунке $\Delta AOD = \Delta COB$.
Докажите, что $AB = CD$.

Вариант В1

Вариант В2

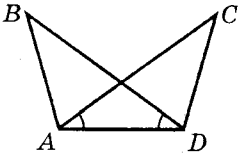
1

Треугольники ABC и MNK равны. Известно, что

$AB = NK$, $BC > MN$, $AC < MK$.
Найдите в треугольнике MNK угол, равный углу B.

$\angle B = \angle M$, $\angle A > \angle K$, $\angle C < \angle N$.
Найдите в треугольнике ABC сторону, равную стороне MN.

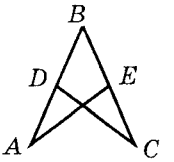
❷



Дано: $AC = BD$, $\angle CAD = \angle BDA$.

Доказать: $\Delta ABD = \Delta DCA$.

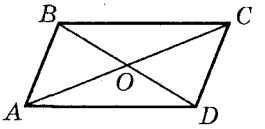
❷



Дано: $AB = BC$, $AD = CE$.

Доказать: $\Delta ABE = \Delta CBD$.

❷



На рисунке $\Delta ABC = \Delta CDA$. Докажите равенство треугольников ABD и CDB.

На рисунке $\Delta ABD = \Delta CDB$. Докажите равенство треугольников ABC и CDA.

С–7. МЕДИАНА, БИССЕКТРИСА И ВЫСОТА ТРЕУГОЛЬНИКА. СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

❶

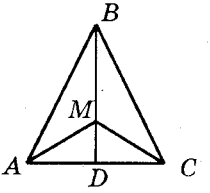
Периметр равнобедренного треугольника равен 34 см. Найдите стороны треугольника, если его основание на 2 см меньше боковой стороны.

Вариант А2

❶

Периметр равнобедренного треугольника равен 28 см. Найдите стороны треугольника, если его основание на 4 см больше боковой стороны.

❷



В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на медиане BD выбрана точка M. Докажите равенство треугольников ABM и CBM.

3

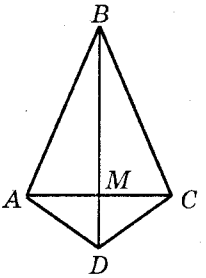
В треугольнике MNK $MN = NK$. Точки A, B и C – середины сторон MK, MN и NK соответственно. Докажите, что $\angle MAB = \angle KAC$.

Вариант Б1

1

В равнобедренном треугольнике ABC к основанию AC проведена биссектриса BD, равная 7 см. Найдите периметр треугольника ABC, если периметр треугольника ABD равен 18 см.

2



В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на продолжении высоты BM выбрана точка D. Докажите, что треугольник ADC – равнобедренный.

3

В треугольнике MNK на равных сторонах MN и NK

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на высоте BD выбрана точка M. Докажите равенство треугольников AMD и CMD.

3

В треугольнике MNK $MN = NK$. Точки A, B и C – середины сторон MK, MN и NK соответственно. Докажите, что $\angle MBA = \angle KCA$.

Вариант Б2

1

В равнобедренном треугольнике ABC к основанию AC проведена высота BD, равная 8 см. Найдите периметр треугольника BDC, если периметр треугольника ABC равен 38 см.

В равнобедренном треугольнике ADC с основанием AC на продолжении медианы DM выбрана точка B. Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

3

В треугольнике MNK на равных сторонах MN и NK

выбраны точки A и B соответственно так, что $MA = KB$. Найдите длину отрезка KA, если $MB = 3$ см.

выбраны точки A и B соответственно так, что $NA = NB$. Найдите длину отрезка MB, если $KA = 7$ см.

Вариант В1

1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC к боковой стороне AB проведена медиана CD, равная 13 см. Периметр треугольника DBC больше периметра треугольника ADC на 19 см. Найдите стороны треугольника ABC, если его периметр равен 53 см.

Вариант В2

1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC к боковой стороне BC проведена медиана AD, равная 13 см. Найдите стороны треугольника ABC, если периметры треугольников ABD и ADC равны 49 см и 30 см соответственно.

2

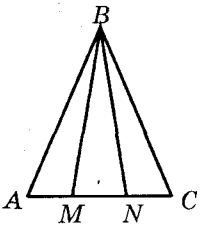
В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC медианы AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Найдите среди образовавшихся треугольников два равных треугольника

с общим углом B

с общей стороной AC

и докажите их равенство.

3



На продолжении основания MN равнобедренного треугольника MBN выбраны точки A и B так, что $AN = MC$ (см. рисунок). Найди-

На основании AC равнобедренного треугольника ABC выбраны точки M и N так, что $AN = MC$ (см. рисунок). Найдите длины отрезков

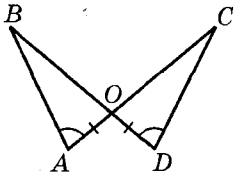
те длины отрезков AB и BC, если $AC = 14$ см, $P_{\Delta ABC} = 42$ см.

MB и BN, если $MN = 6$ см, $P_{\Delta MBN} = 22$ см.

С–8. ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

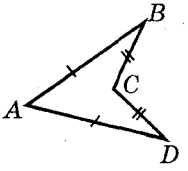
Вариант А1

1



Дано: $AO = DO$, $\angle A = \angle D$.
Доказать: $\Delta AOB = \Delta DOC$.

2



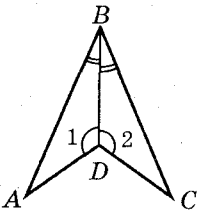
Дано: $AB = AD$, $CB = CD$.
Доказать: $\angle B = \angle D$.

3

Докажите признак равенства равнобедренных треугольников по основанию и углу при основании.

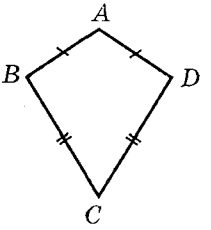
Вариант А2

1



Дано: BD – биссектриса $\angle ABC$, $\angle ADB = \angle CDB$.
Доказать: $\Delta ABD = \Delta CBD$.

2



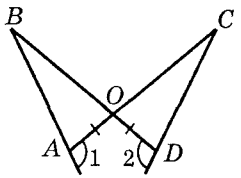
Дано: $AB = AD$, $CB = CD$.
Доказать: $\angle B = \angle D$.

3

Докажите признак равенства равнобедренных треугольников по основанию и боковой стороне.

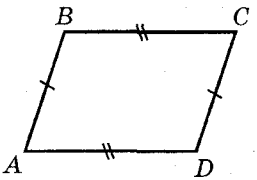
Вариант Б1

❶



Дано: $AO = DO$, $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\Delta AOB = \Delta DOC$.

❷



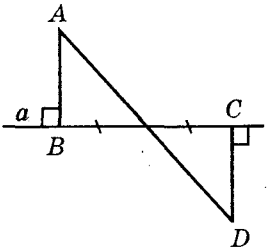
Дано: $AD = BC$, $AB = CD$.
Доказать: $\angle A = \angle C$.

❸

Докажите признак равенства треугольников по высоте и двум углам, на которые она делит угол треугольника.

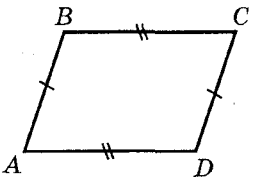
Вариант Б2

❶



Дано: $AB \perp a$, $DC \perp b$, $BO = OC$.
Доказать: $\Delta AOB = \Delta DOC$.

❷



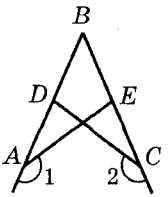
Дано: $AD = BC$, $AB = CD$.
Доказать: $\angle B = \angle D$.

❸

Докажите признак равенства треугольников по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них.

Вариант В1

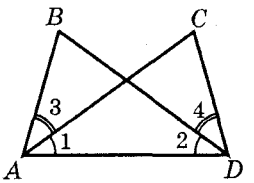
❶



Дано: $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $AE = CD$.

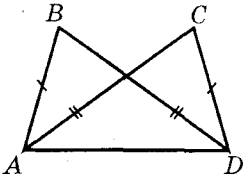
Вариант В2

❶



Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.
Доказать: $\angle B = \angle C$.

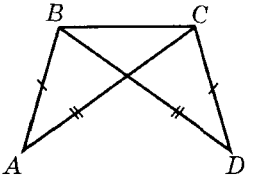
❷



Дано: $AC = BD$, $AB = CD$.

Доказать: $\angle B = \angle C$.

❷



Дано: $AC = BD$, $AB = CD$.

Доказать: $\angle A = \angle D$.

❸

Используя дополнительные построения, докажите признак равенства треугольников

по двум сторонам и медиане, исходящим из одной вершины.

по медиане и двум углам, на которые она делит угол треугольника.

С–9. ОКРУЖНОСТЬ. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ

Вариант А1

Вариант А2

❶

Точки *A, B, C, D* лежат на окружности с центром в точке *O*. Докажите, что если

$\angle AOB = \angle COD$, то $AB = CD$.

$AC = BD$, то $\angle AOC = \angle BOD$.

❷

Дан отрезок AB. Постройте его середину – точку C. На луче AB постройте отрезок CD, равный AB.

❷

Дан острый угол ABC. Постройте его биссектрису – луч BM. Постройте угол MBN, равный углу ABC.

❸

Дан отрезок AB. Постройте окружность радиуса AB такую, чтобы точки A и B лежали на окружности. Постройте хорду AC, перпендикулярную к хорде AB.

❸

Дан отрезок AB и лежащая на нем точка C. Постройте окружность с диаметром AB. Постройте хорду этой окружности, проходящую через точку C и перпендикулярную к AB.

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

Отрезок AD – диаметр окружности с центром в точке O. На окружности отмечены точки B и C так, что хорды AB, BC и CD равны.

Найдите величину угла AOC.

Найдите величину угла BOD.

❷

Дан произвольный треугольник ABC. Постройте его медиану BM. Постройте биссектрису угла BMC.

❷

Дан произвольный треугольник ABC. Постройте его биссектрису BM. Постройте середину отрезка BM.

❸

Дана прямая a и точка M, не лежащая на ней. Постройте прямую, проходящую через точку M и перпендикулярную к прямой a. Постройте окружность с центром в точке M, имеющую с прямой a одну общую точку.

❸

Дан отрезок AB. Постройте прямую a, перпендикулярную к данному отрезку и проходящую через его середину. Постройте окружность радиуса $0{,}5AB$ с центром на прямой a, имеющую с отрезком AB одну общую точку.

Вариант В1

Вариант В2

❶

Точка A лежит на окружности с центром в точке O. AB и AC – рав-

ные хорды окружности, AD – ее диаметр. Докажите, что

DA – биссектриса угла BDC.

❷

В треугольнике ABC угол B – тупой. Постройте отрезок AH – высоту треугольника ABC, и отрезок AM – биссектрису треугольника ABH.

❸

Дана прямая a и точки M и N такие, что $M \in a$, $N \notin a$. Постройте на прямой a точку K, равноудаленную от точек M и N. Постройте окружность, проходящую через точки M, K и N.

AD – биссектриса угла BAC.

❷

В треугольнике ABC угол C – тупой. Постройте отрезок AM – медиану треугольника ABC, и отрезок AH – высоту треугольника ACM.

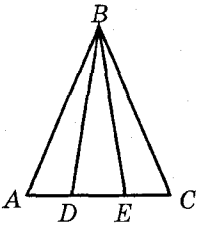
❸

Дан неразвернутый угол MNK и прямая a, пересекающая его стороны (точки M и K не лежат на прямой a). Постройте на прямой a точку O такую, что $\angle MNO = \angle ONK$. Постройте окружность, проходящую через точки M, K и O.

К–2. ТРЕУГОЛЬНИКИ

Вариант А1

❶



На данном рисунке треугольник ABC – равнобедренный с основанием AC, $\angle ABD = \angle CBE$.

Вариант А2

На данном рисунке треугольник ABC – равнобедренный с основанием AC, $AD = CE$.

а) Докажите, что треугольник DBE – равнобедренный.
б) Найдите $\angle ADB$, если $\angle BED = 70°$.

❷

Дан отрезок и неразвернутый угол. Постройте точку, лежащую на биссектрисе данного угла и удаленную от вершины угла на расстояние, равное длине данного отрезка.

❸

В окружности с центром O проведена хорда AB. OC – радиус окружности, перпендикулярный к AB. Докажите равенство хорд AC и BC.

а) Докажите, что треугольник DBE – равнобедренный.
б) Найдите $\angle BDE$, если $\angle BEC = 115°$.

❷

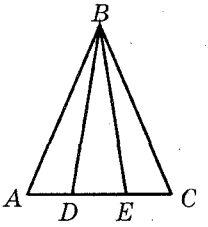
Дан отрезок и прямая. Постройте прямую, перпендикулярную к данной, и отметьте на ней точки, удаленные от точки пересечения прямых на расстояние, равное длине данного отрезка.

❸

В окружности с центром O проведена хорда AB. OC – радиус окружности, перпендикулярный к AB. Докажите, что луч CO – биссектриса угла ACB.

Вариант Б1

❶



На данном рисунке треугольник DBE – равнобедренный с основанием DE, $\angle ABE = \angle DBC$.
а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

Вариант Б2

На данном рисунке треугольник DBE – равнобедренный с основанием DE, $AE = DC$.
а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

б) Найдите $\angle BDE$, если сумма углов BDA и BEC равна 230°.

2

Дан отрезок AC. Постройте его середину – точку D. Постройте точку B такую, чтобы отрезок BD был равен отрезку AC и являлся биссектрисой равнобедренного треугольника ABC.

3

Докажите, что если в треугольнике два угла равны, то биссектрисы этих углов также равны.

б) Найдите $\angle BEC$, если сумма углов BDE и BED равна 140°.

2

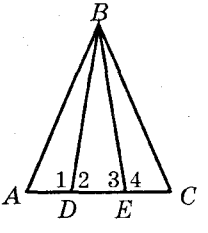
Дан неразвернутый угол с вершиной B. Постройте его биссектрису. Выберите на биссектрисе угла точку D и постройте на сторонах угла точки A и C такие, чтобы отрезок BD был медианой равнобедренного треугольника ABC.

3

Докажите, что если в треугольнике две стороны равны, то медианы, проведенные к этим сторонам, также равны.

Вариант В1

1



На данном рисунке высота треугольника ABC является медианой треугольника DBE, $AD = CE$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

б) Найдите $\angle 1$, если $\angle 2 + \angle 3 - \angle 4 = 30°$.

Вариант В2

На данном рисунке высота треугольника ABC является биссектрисой треугольника DBE, $\angle ABD = \angle CBE$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

б) Найдите $\angle 2$, если $\angle 1 + \angle 4 - \angle 3 = 165°$.

2

Дан угол *AOB* и точка *C* внутри него. Постройте прямую, которая проходит через точку *C*

и пересекает лучи *OA* и *OB* под равными углами.

и отсекает на лучах *OA* и *OB* равные отрезки.

3

Две окружности с равными радиусами пересекаются в двух точках.

Докажите, что их общая хорда перпендикулярна к отрезку, соединяющему центры окружностей.

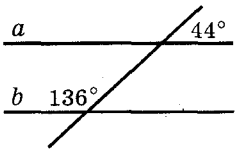
Докажите, что отрезок, соединяющий центры окружностей, делит пополам их общую хорду.

Параллельные прямые

С–10. ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМЫХ. АКСИОМА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

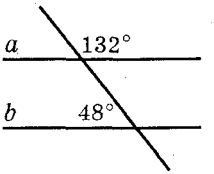
Вариант А1

❶



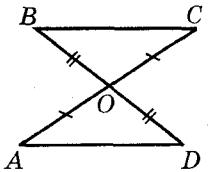
Вариант А2

❶



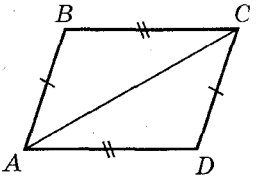
По данным рисунка докажите, что $a \parallel b$.

❷



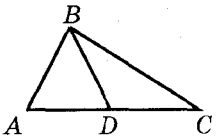
Дано: $AO = CO$, $BO = DO$.
Доказать: $AD \parallel BC$.

❷



Дано: $AD = BC$, $AB = CD$.
Доказать: $AD \parallel BC$.

❸

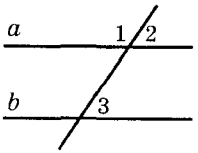


Через точки A и C проведите прямые a и c, параллельные BD. Верно ли, что $a \parallel c$? Ответ объясните.

Через точки C и D проведите прямые c и d, параллельные AB. Верно ли, что $c \parallel d$? Ответ объясните.

Вариант Б1

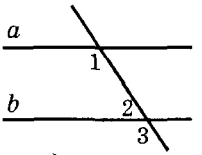
❶



Дано: $\angle 1 - \angle 2 = 20°$, $\angle 3 = 80°$.

Вариант Б2

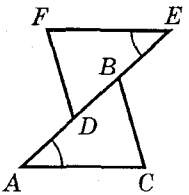
❶



Дано: $\angle 1 = 120°$, $\angle 3 = 2 \cdot \angle 2$.

Параллельны ли прямые *a* и *b*?

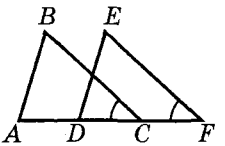
❷



Дано: $AD = BE$, $\angle A = \angle E$, $FE = AC$.

Доказать: $FD \parallel BC$.

❷



Дано: $AD = CF$, $\angle C = \angle F$, $FE = CB$.

Доказать: $AB \parallel DE$.

❸

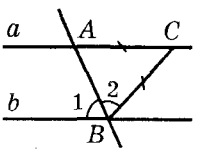
Точка D – середина стороны AB треугольника ABC. Через точки B и D проведены прямые b и d, параллельные AC. Пересекаются ли прямые b и d? Ответ объясните.

❸

Точка K – середина стороны BC треугольника ABC. Через точки C и K проведены прямые c и k, параллельные AB. Пересекаются ли прямые c и k? Ответ объясните.

Вариант В1

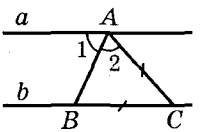
❶



Дано: $AC = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.

Вариант В2

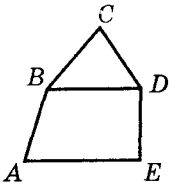
❶



Дано: $AC = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.

Параллельны ли прямые *a* и *b*?

2



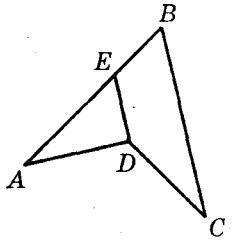
Дано: $AB = BD$, $CD = DE$, $AE = AC$.

Доказать: $BD \parallel AE$.

3

AB и AC – равные хорды окружности с центром O. Проведите через точки O и A прямые, параллельные BC. Какие углы образуют эти прямые с диаметром AD?

2



Дано: $AB = BC$, $AD = DC$, $BE = ED$.

Доказать: $BC \parallel DE$.

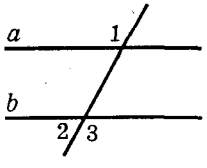
3

AB и AC – равные взаимно перпендикулярные хорды окружности. Проведите через точки B и C прямые, параллельные диаметру AD. Какие углы образуют эти прямые с данными хордами?

С–11. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

Вариант А1

1

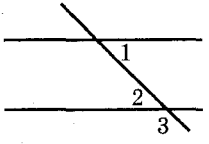


Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 = 132°$.

Найти: $\angle 2$, $\angle 3$.

Вариант А2

1



Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 = 47°$.

Найти: $\angle 2$, $\angle 3$.

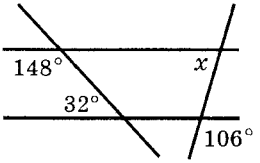
2

В треугольнике ABC $\angle B = 90°$. Через вершину C проведена прямая, которая параллельна стороне AB и образует с AC угол 36°. Найдите углы A и C.

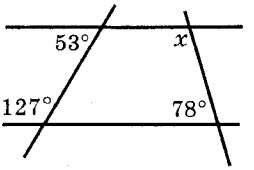
2

В треугольнике ABC $\angle B = 90°$. Через вершину B проведена прямая, которая параллельна стороне AC и образует с AB угол 48°. Найдите углы A и C.

3



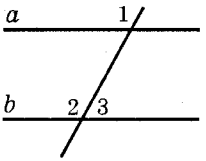
3



По данным рисунка найдите угол x.

Вариант Б1

1



Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 250°$.

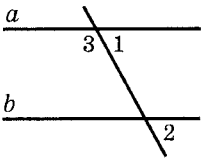
Найти: $\angle 3$.

2

Дан угол ABC, равный 82°. Через точку D, лежащую на его биссектрисе, проведена прямая, параллельная прямой BC и пересекающая сторону AB в точке E. Найдите углы треугольника BDE.

Вариант Б2

1



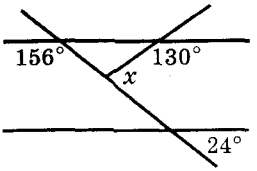
Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 86°$.

Найти: $\angle 3$.

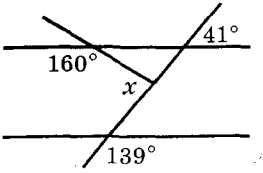
2

Через точку D, лежащую на биссектрисе BM неразвернутого угла ABC, проведена прямая, параллельная прямой AB и пересекающая сторону BC в точке E. Найдите углы треугольника BDE, если $\angle MBE = 64°$.

❸



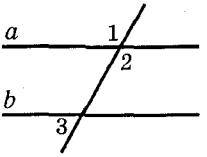
❸



По данным рисунка найдите угол *x*.

Вариант В1

❶

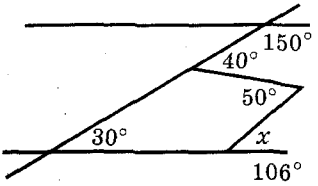


Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 290°$.
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

❷

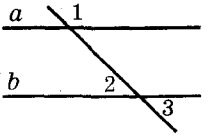
Внутри неразвернутого угла ABC проведены параллельные лучи AD и CE. Найдите $\angle ABC$, если $\angle DAB = 132°$, $\angle BCE = 118°$.

❸



Вариант В2

❶

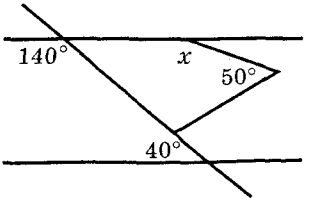


Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 145°$.
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

❷

Вне неразвернутого угла ABC проведены параллельные лучи AD и CE. Найдите $\angle ABC$, если $\angle DAB = 68°$, $\angle BCE = 42°$.

❸

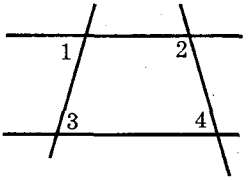


По данным рисунка найдите угол *x*.

К–3. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Вариант А1

1



На данном рисунке $\angle 1 = 82°$, $\angle 2 = 119°$, $\angle 3 = 82°$.

а) Найдите $\angle 4$.

б) Сколько углов, равных $\angle 4$, изображено на рисунке? Отметьте эти углы.

2

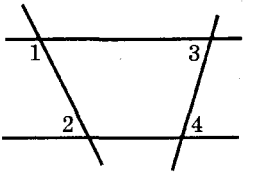
Из точек A и B, лежащих на одной из сторон данного острого угла, проведены перпендикуляры AC и BD ко второй стороне угла.

а) Докажите, что $AC \parallel BD$.

б) Найдите $\angle ABD$, если $\angle CAB = 125°$.

Вариант А2

1



На данном рисунке $\angle 1 = 112°$, $\angle 2 = 68°$, $\angle 3 = 63°$.

а) Найдите $\angle 4$.

б) Сколько углов, равных $\angle 4$, изображено на рисунке? Отметьте эти углы.

2

Из точек C и D, лежащих на одной из сторон данного острого угла, проведены перпендикуляры к этой стороне, пересекающие вторую сторону угла в точках A и B соответственно.

а) Докажите, что $AC \parallel BD$.

б) Найдите $\angle CAB$, если $\angle ABD = 55°$.

3

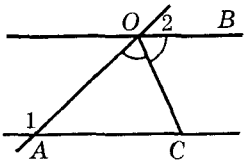
На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки D и E соответственно. Докажите, что

если $\angle BDE = \angle BAC$, то $\angle BED = \angle BCA$.

если $\angle BED = \angle BCA$, то $\angle BDE = \angle BAC$.

Вариант Б1

1



На данном рисунке OC – биссектриса угла AOB, $\angle 1 = 128°$, $\angle 2 = 52°$.

а) Докажите, что $AO = AC$.

б) Найдите $\angle ACO$.

2

Дан угол ABC, равный 52°. Через точки A и B проведены прямые AD и BK, перпендикулярные к прямой BC (точки A и K лежат по одну сторону от BC).

а) Найдите $\angle BAD$.

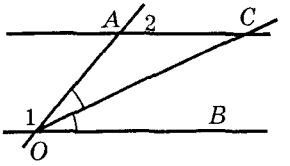
б) Найдите $\angle BKA$, если $\angle BAK = 40°$.

3

Отрезки MN и KP пересекаются в точке O так, что $MO = NO$ и $KN \parallel MP$. Докажите, что $KM \parallel NP$.

Вариант Б2

1



На данном рисунке OC – биссектриса угла AOB, $\angle 1 = 128°$, $\angle 2 = 52°$.

а) Докажите, что $AO = AC$.

б) Найдите $\angle ACO$.

2

Дан угол ABC, равный 115°. Через точки A и B проведены прямые AD и BK, перпендикулярные к прямой BC (точки A и K лежат по одну сторону от BC).

а) Найдите $\angle BAD$.

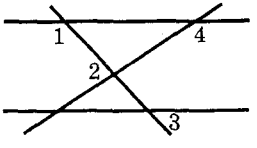
б) Найдите $\angle AKB$, если $\angle BAK = 36°$.

3

Отрезки KM и NP пересекаются в точке O так, что $KN = MP$ и $KN \parallel MP$. Докажите, что $KP \parallel MN$.

Вариант В1

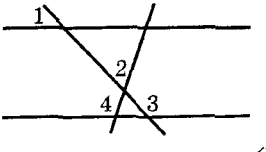
1



На данном рисунке $\angle 1 = 130°$, $\angle 2 = 72°$, $\angle 3 = 50°$. Найдите $\angle 4$.

Вариант В2

1



На данном рисунке $\angle 1 = 25°$, $\angle 2 = 82°$, $\angle 3 = 155°$. Найдите $\angle 4$.

❷

Из точек A и B, лежащих на одной из сторон данного острого угла с вершиной O, проведены перпендикуляры AC и BD ко второй стороне угла.

а) Найдите $\angle ABD$, если $\angle CAB = 130°$.

б) Используя дополнительное построение, найдите угол AOC.

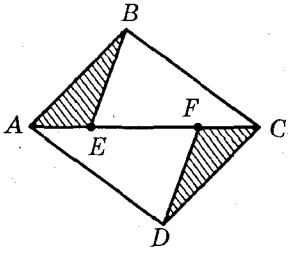
❷

Из точек C и D, лежащих на одной из сторон данного острого угла с вершиной O, проведены перпендикуляры к этой стороне, пересекающие вторую сторону угла в точках A и B соответственно.

а) Найдите $\angle ABD$, если $\angle CAB = 130°$.

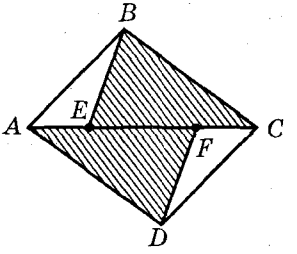
б) Используя дополнительное построение, найдите угол AOC.

❷



На данном рисунке $AB \parallel CD$, $AB = CD$, $AE = CF$. Докажите, что $AD \parallel BC$.

❸



На данном рисунке $AD \parallel BC$, $AD = BC$, $AF = CE$. Докажите, что $AB \parallel CD$.

Соотношения между сторонами и углами треугольника

С–12. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

❶

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если

один из них на 60° больше другого.

❷

Внешний угол при основании равнобедренного треугольника равен 140°. Найдите углы треугольника.

❸

Определите, является ли треугольник *ABC* тупоугольным, если два его внешних угла равны 135° и 160°.

Вариант А2

❶

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если

один из них в 8 раз меньше другого.

❷

Внешний угол при вершине равнобедренного треугольника равен 100°. Найдите углы треугольника.

❸

Определите, является ли треугольник *ABC* прямоугольным, если два его внешних угла равны 125° и 145°.

Вариант Б1

❶

Найдите углы равнобедренного треугольника, если

один из них на 90° больше другого.

Вариант Б2

один из них на 120° меньше другого.

❷

В прямоугольном треугольнике градусные меры внешних углов относятся как 3:4:5. Найдите острые углы этого треугольника.

❸

Определите, является ли треугольник ABC тупоугольным, если его биссектрисы пересекаются в точке O и $\angle AOB = 140°$.

Вариант В1

❷

В прямоугольном треугольнике градусные меры наибольшего и наименьшего внешних углов относятся как 7:5. Найдите острые углы этого треугольника.

❸

Определите, является ли треугольник ABC прямоугольным, если сумма его внешних углов при вершинах A и B равна 270°.

Вариант В2

❶

Найдите углы равнобедренного треугольника, если

градусные меры двух из них относятся как 2:5.

один из них в два раза меньше другого.

Сколько решений имеет задача?

❷

В прямоугольном треугольнике сумма двух внешних углов при различных вершинах равна 200°. Найдите острые углы этого треугольника.

❸

Определите, является ли прямоугольным треугольник, в котором сумма двух внутренних и одного внешнего угла равна 180°.

❷

В прямоугольном треугольнике разность наибольшего и наименьшего внешних углов равна 70°. Найдите острые углы этого треугольника.

❸

Определите, является ли прямоугольным треугольник, в котором сумма двух внешних и одного внутреннего угла равна 360°.

С–13. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА. НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

❶

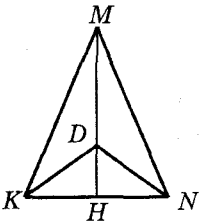
В треугольнике ABC угол B – тупой, AD – биссектриса треугольника. Докажите, что $AD>AB$.

Вариант А2

❶

В треугольнике ABC угол B – тупой, AD – медиана треугольника. Докажите, что $\angle ADC > \angle DAC$.

❷



В треугольнике KMN $\angle K = \angle N$. На высоте MH отмечена точка D. Докажите, что треугольник KDN – равнобедренный.

В треугольнике KDN $\angle K = \angle N$. На продолжении медианы DH отмечена точка M. Докажите, что треугольник KMN – равнобедренный.

❸

Две стороны равнобедренного треугольника равны 3 см и 8 см. Определите, какая из них является основанием треугольника.

❸

Две стороны равнобедренного треугольника равны 10 см и 4 см. Определите, какая из них является боковой стороной.

Вариант Б1

❶

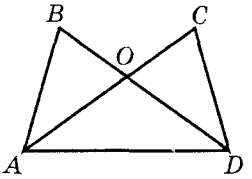
В треугольнике ABC BD – биссектриса. Докажите, что $AB>AD$.

Вариант Б2

❶

В треугольнике ABC BD – биссектриса. Докажите, что $CD<CB$.

❷



На данном рисунке $AB = CD$, $\angle BAD = \angle CDA$. Докажите, что треугольник AOD – равнобедренный.

❸

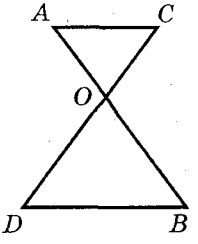
Определите, существует ли треугольник с периметром 28 см, в котором одна из сторон меньше другой на 4 см и меньше третьей на 9 см.

Вариант В1

❶

На катете AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90°$) отмечена точка D. Докажите, что $BA > BD > BC$.

❷



Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O,

На данном рисунке $AB = CD$, $AC = BD$. Докажите, что треугольник AOD – равнобедренный.

❷

Определите, существует ли треугольник с периметром 32 см, в котором одна из сторон больше другой на 9 см и больше третьей на 7 см.

Вариант В2

❶

В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC с основанием AC проведена медиана CD. Докажите, что $\angle BCD < \angle ABC < \angle ADC$.

Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O,

причем $AC \parallel BD$. Докажите, что треугольник AOC – равнобедренный.

❸

Докажите, что любая диагональ четырехугольника меньше половины его периметра.

причем $AC \parallel BD$. Докажите, что треугольник BOD – равнобедренный.

❸

Докажите, что сумма диагоналей четырехугольника меньше его периметра.

С–14. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

Вариант А1

❶

Высота прямоугольного треугольника делит прямой угол на два угла, один из которых в 4 раза больше другого. Найдите острые углы данного треугольника.

❷

Угол ABC равен 120°. Из точки A проведен перпендикуляр AM к прямой BC. Найдите длину отрезка BM, если $AB = 18$ см.

Вариант А2

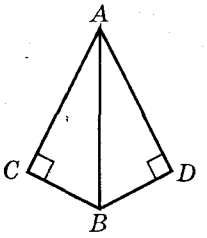
❶

Высота прямоугольного треугольника делит прямой угол на два угла, один из которых на 40° больше другого. Найдите острые углы данного треугольника.

❷

Угол ABC равен 150°. Из точки A к прямой BC проведен перпендикуляр AM, равный 12 см. Найдите длину отрезка AB.

❷



Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB.

Известно, что AB – биссектриса угла CAD. Докажите, что BA – биссектриса угла CBD.

Вариант Б1

❶

В прямоугольном треугольнике биссектриса наибольшего угла пересекает гипотенузу под углом 80°. Найдите острые углы данного треугольника.

❷

В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 90°$, $AB = 8$ см, $AC = 16$ см. Найдите углы, которые образует высота BH с катетами треугольника.

Известно, что BA – биссектриса угла CBD. Докажите, что AB – биссектриса угла CAD.

Вариант Б2

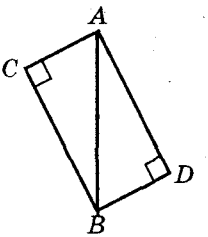
❶

В прямоугольном треугольнике биссектриса наименьшего угла пересекает катет под углом 110°. Найдите острые углы данного треугольника.

❷

В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90°$, $AB = 10$ см, $BC = 5$ см. Найдите углы, на которые высота CH делит угол C.

❸



Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB.

Известно, что $AC \parallel BD$. Докажите, что $AD = BC$.

Вариант В1

❷

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная

Известно, что $AC = BD$. Докажите, что $AD \parallel BC$.

Вариант В2

❶

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная

к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых в 8 раз меньше другого. Найдите острые углы данного треугольника.

❷

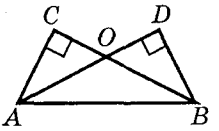
В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 90°$, $\angle A = 60°$, AD – биссектриса треугольника, $AD = 8$ см. Найдите длину катета BC.

к гипотенузе, образует с гипотенузой углы, один из которых на 100° больше другого. Найдите острые углы данного треугольника.

❷

В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$, $BC = 18$ см. Найдите длины отрезков, на которые биссектриса AD делит катет BC.

❸



Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB.

Известно, что $\angle CBA = \angle DAB$. Докажите равенство треугольников ACO и BDO.

Известно, что $AD = BC$. Докажите равенство треугольников ACO и BDO.

С–15*. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ О СООТНОШЕНИЯХ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

❶

Внутренние углы треугольника относятся как 3:7:8. Найдите отношение внешних углов треугольника.

Вариант 2

❶

Внешние углы треугольника относятся как 5:6:7. Найдите отношение внутренних углов треугольника.

❷

Внутренний угол треугольника равен разности двух внешних углов, не смежных с ним. Докажите, что данный треугольник – прямоугольный.

❸

Высота прямоугольного треугольника делит прямой угол на два угла, один из которых вдвое больше другого. Докажите, что эта высота делит гипотенузу в отношении 3:1.

❹

Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника равна основанию треугольника. Найдите его углы.

❺

Из точки пересечения высот равнобедренного треугольника его основание видно под углом 150°. Найдите углы треугольника.

❷

Сумма двух внешних углов треугольника при разных вершинах втрое больше третьего внешнего угла. Докажите, что данный треугольник – прямоугольный.

❸

Внешний угол прямоугольного треугольника равен 120°. Докажите, что катет, прилежащий к этому углу, равен среднему арифметическому отрезков, на которые высота треугольника делит гипотенузу.

❹

Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника пересекает боковую сторону под углом, равным углу при основании. Найдите углы треугольника.

❺

Из точки пересечения высот равнобедренного треугольника его боковая сторона видна под углом 110°. Найдите углы треугольника.

❻

Пусть BD – биссектриса треугольника ABC.

Докажите, что если $AB>BC$, то $AD>DC$.

Докажите, что если $AD>DC$, то $AB>BC$.

К–4. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1

В треугольнике ABC угол A в 4 раза меньше угла B, а угол C на 90° меньше угла B.

а) Найдите углы треугольника.

б) Сравните стороны AB и BC.

2

В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AC внешний угол при вершине A равен 120°, $AB = 5$ см. Найдите длину гипотенузы треугольника.

3

В равнобедренном треугольнике MNK точка D – середина основания MK, DA и DB – перпендикуляры к боковым сторонам. Докажите, что $DA = DB$.

Вариант А2

1

В треугольнике ABC угол C в 2 раза меньше угла B, а угол B на 45° больше угла A.

а) Найдите углы треугольника.

б) Сравните стороны AB и BC.

2

В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB внешний угол при вершине B равен 150°, $AC + AB = 12$ см. Найдите длину гипотенузы треугольника.

3

В равнобедренном треугольнике MNK точка D – середина основания MK, DA и DB – перпендикуляры к боковым сторонам. Докажите, что $\angle ADN = \angle BDN$.

Вариант Б1

1

В треугольнике ABC $\angle B = 90°$, CD – биссектриса треугольника, $\angle BDC = 70°$.

а) Найдите углы треугольника ACD.

б) Сравните отрезки AD и CD.

2

Два внешних угла треугольника равны 142° и

Вариант Б2

1

В треугольнике ABC $\angle A = 90°$, BD – биссектриса треугольника, $\angle ADB = 50°$.

а) Найдите углы треугольника BDC.

б) Сравните отрезки BD и CD.

2

Два внешних угла треугольника равны 150° и

82°. Найдите углы, на которые высота треугольника делит его наибольший угол.

❸

В остроугольном треугольнике MNK из точки D – середины стороны MK – проведены перпендикуляры DA и DB к сторонам MN и NK. Докажите, что если $DA = DB$, то треугольник MNK – равнобедренный.

Вариант В1

❶

В равнобедренном треугольнике ABC основание AC меньше боковой стороны. Биссектриса AD образует со стороной BC углы, один из которых равен 105°.

а) Найдите углы треугольника ABC.

б) Сравните отрезок AD со сторонами треугольника ABC.

❷

В треугольнике ABC BD – высота. Внешние углы треугольника при вершинах A и C равны 135° и 150° соответственно. Найдите длину отрезка AD, если $BC = 24$ см.

❸

В прямоугольном треугольнике MNK с гипотенузой NK проведены биссектриса KD и перпендикуляр DE к

78°. Найдите углы, которые биссектриса наибольшего угла треугольника образует с его наибольшей стороной.

❸

В остроугольном треугольнике MNK из точки D – середины стороны MK – проведены перпендикуляры DA и DB к сторонам MN и NK. Докажите, что если $\angle ADM = \angle BDK$, то треугольник MNK – равнобедренный.

Вариант В2

❶

В равнобедренном треугольнике ABC основание AC больше боковой стороны. Биссектриса AD образует со стороной BC углы, один из которых равен 75°.

а) Найдите углы треугольника ABC.

б) Сравните отрезок AD со сторонами треугольника ABC.

❷

В треугольнике ABC BD – высота (точка D лежит на отрезке AC). Внешний угол треугольника при вершине A равен 135°, $\angle DBC = 60°$, $AD = 8$ см. Найдите длину стороны BC.

❸

В прямоугольном треугольнике MNK с гипотенузой NK проведены биссектриса KD и перпендикуляр DE к

гипотенузе. Докажите, что если $MN = 3MD$, то $NE = EK$.

гипотенузе. Докажите, что если $NE = EK$, то $MN = 3MD$.

С–16. ПОСТРОЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

Вариант А2

1

В треугольнике ABC $\angle B = 90°$, $AB = 5$ см, $BC = 12$ см.

а) Найдите расстояние

от точки A до прямой BC.

от точки C до прямой AB.

б) Найдите расстояние

между прямой AB и прямой, проходящей через точку C параллельно AB.

между прямой BC и прямой, проходящей через точку A параллельно BC.

2

Постройте прямоугольный треугольник

по катету и гипотенузе.

по катету и прилежащему острому углу.

3

Постройте треугольник

по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них.

по стороне, прилежащему углу и биссектрисе, исходящей из его вершины.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 16$ см, BD – медиана.

а) Найдите расстояние

от точки A до прямой BD.

от точки C до прямой BD.

б) Найдите расстояние

от точки C до прямой, проходящей через точку A параллельно BD.

от точки A до прямой, проходящей через точку C параллельно BD.

❷

Постройте равнобедренный треугольник

по тупому углу и медиане, исходящей из его вершины.

по боковой стороне и биссектрисе угла при вершине.

❸

Постройте треугольник

по двум углам и высоте, проведенной из вершины одного из них.

по двум углам и высоте, проведенной из вершины третьего угла.

Вариант В1

❶

В окружности с центром O CD – хорда, AB – диаметр, $AB \perp CD$, $CD = 8$ см, $\angle CBD = 120°$.

а) Найдите расстояние

от точки A до прямой BC.

б) Найдите расстояние

от точки B до прямой, проходящей через точку D параллельно AB.

❷

Постройте прямоугольный треугольник

по катету и медиане, проведенной к гипотенузе.

❸

Постройте треугольник

по медиане и двум углам, на которые она делит угол треугольника.

Вариант В2

от точки A до прямой BD.

от точки A до прямой, проходящей через точку C параллельно AB.

по острому углу и медиане, проведенной к гипотенузе.

по двум сторонам и медиане, исходящим из одной вершины.

С–17*. СВОЙСТВА БИССЕКТРИСЫ И СЕРЕДИННОГО ПЕРПЕНДИКУЛЯРА. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Постройте:

а) окружность данного радиуса, проходящую через две данные точки;

б) множество точек, равноудаленных от двух данных непараллельных прямых;

в) точку в прямоугольном треугольнике, равноудаленную от гипотенузы и катета и находящуюся на равном расстоянии от вершин острых углов.

2

Постройте треугольник:

а) равнобедренный – по углу при основании и высоте, проведенной к боковой стороне;

б) прямоугольный – по острому углу и периметру;

в) прямоугольный – по острому углу и разности гипотенузы и противолежащего данному углу катета;

г) прямоугольный – по гипотенузе и проведенной к ней высоте;

д) по двум углам и сумме противолежащих им сторон.

Вариант 2

а) окружность, проходящую через две данные точки, с центром на данной прямой;

б) множество точек, равноудаленных от сторон данного угла на расстояние, не превосходящее данного;

в) точку в равнобедренном треугольнике, равноудаленную от основания и боковой стороны и находящуюся на равном расстоянии от вершин углов при основании.

а) равнобедренный – по углу, противолежащему основанию, и высоте, проведенной к боковой стороне;

б) равнобедренный – по углу при основании и периметру;

в) прямоугольный – по острому углу и разности гипотенузы и прилежащего к данному углу катета;

г) прямоугольный – по гипотенузе и одному из отрезков, на которые высота делит гипотенузу;

д) по двум углам и разности противолежащих им сторон.

К–5. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

1

В треугольнике ABC $\angle A = 70°$, $\angle C = 55°$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный, и укажите его основание.

б) BM – высота данного треугольника. Найдите углы, на которые она делит угол ABC.

Вариант А2

1

В треугольнике ABC $\angle A = 100°$, $\angle C = 40°$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный, и укажите его боковые стороны.

б) CK – биссектриса данного треугольника. Найдите углы, которые она образует со стороной AB.

2

Отрезки AB и CD пересекаются в точке O, которая является серединой каждого из них.

а) Докажите, что $\Delta AOC = \Delta BOD$.

б) Найдите $\angle OAC$, если $\angle ODB = 20°$, $\angle AOC = 115°$.

а) Докажите, что $\Delta AOD = \Delta BOC$.

б) Найдите $\angle OBC$, если $\angle ODA = 40°$, $\angle BOC = 95°$.

3

В равнобедренном треугольнике с периметром 64 см одна из сторон равна 16 см. Найдите длину боковой стороны треугольника.

3

В равнобедренном треугольнике с периметром 80 см одна из сторон равна 20 см. Найдите длину основания треугольника.

Вариант Б1

1

В треугольнике ABC высота BD делит угол B на два угла, причем $\angle ABD = 40°$, $\angle CBD = 10°$.

Вариант Б2

1

В треугольнике ABC высота CD делит угол C на два угла, причем $\angle ACD = 25°$, $\angle BCD = 40°$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный, и укажите его основание.
б) Высоты данного треугольника пересекаются в точке O. Найдите $\angle BOC$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный, и укажите его боковые стороны.
б) Высоты данного треугольника пересекаются в точке O. Найдите $\angle BOC$.

2

Отрезки AB и CD пересекаются в точке O, которая является серединой каждого из них.

а) Докажите равенство треугольников ACB и BDA.
б) Найдите $\angle ACB$, если $\angle CBD = 68°$.

а) Докажите равенство треугольников ACD и BDC.
б) Найдите $\angle CBD$, если $\angle ACB = 118°$.

3

Две стороны треугольника равны 0,9 см и 4,9 см. Найдите длину третьей стороны, если она выражается целым числом сантиметров.

3

Две стороны треугольника равны 0,8 см и 1,9 см. Найдите длину третьей стороны, если она выражается целым числом сантиметров.

Вариант В1

1

Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке O, причем $\angle AOB = \angle BOC = 110°$.
а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный, и укажите его основание.
б) Найдите углы данного треугольника.

Вариант В2

1

Высоты треугольника ABC пересекаются в точке O, причем $\angle AOB = \angle BOC = 110°$.
а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный, и укажите его боковые стороны.
б) Найдите углы данного треугольника.

2

Равные отрезки AB и CD точкой пересечения O делятся в отношении $AO:OB = CO:OD = 2:1$.

а) Докажите равенство треугольников ACD и CAB.

а) Докажите равенство треугольников BAD и DCB.

б) Найдите $\angle OAD$, если $\angle OCB = 50°$.

❸

Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна 12 см. Может ли гипотенуза иметь длину 20 см? Ответ объясните.

б) Найдите $\angle OBC$, если $\angle ODA = 40°$.

❸

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 26 см. Может ли высота, проведенная к гипотенузе, иметь длину 14 см? Ответ объясните.

Варианты вступительных экзаменов по математике в 8-е профильные классы

Время работы: 2 академических часа (1 час 30 минут)

ХИМИКО-БИОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ

Вариант ХБ1

1

Упростите выражение

$(a^2 + 4a)^2 - a^2(a - 2)(a + 2) - 4a^2(2a - 3)$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{4}$.

2

Когда к 60 г 45%-ого раствора соли добавили воды, содержание соли в растворе составило 20%. Сколько граммов воды добавили в раствор?

3

Решите уравнение:

$$2x - 1 - \frac{2x - 1}{3} = 6\frac{2}{3}.$$

4

Найдите число,

квадрат которого при увеличении этого числа на 2 увеличивается на 20.

Вариант ХБ2

1

Упростите выражение

$(2b + b^2)^2 + b^2(5 - b)(5 + b) - 4b(b^2 - 5b)$ и найдите его значение при $b = -\frac{1}{7}$.

2

Кусок сплава меди с оловом имеет массу 12 кг и содержит 40% олова. Сколько чистой меди следует добавить к этому сплаву, чтобы содержание олова в нем составило 25%?

3

Решите уравнение:

$$4x + 1 - \frac{4x + 1}{4} = 15\frac{3}{4}.$$

4

Найдите число,

квадрат которого при уменьшении этого числа на 1 уменьшается на 11.

5

В треугольнике ABC

углы B и C относятся как 5:3, а угол A на 80° больше их разности. Найдите углы, на которые высота треугольника AD разбивает угол A.

угол A на 50° больше угла B, а угол C составляет пятую часть их суммы. Найдите углы, которые образует биссектриса угла A со стороной BC.

6

Докажите, что

в равнобедренном треугольнике биссектрисы углов при основании равны.

в равнобедренном треугольнике медианы, проведенные к боковым сторонам, равны.

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ

Вариант Э1

1

Разложите на множители:

а) $2b^5 - 16\,b^2$;

б) $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y$.

2

В конце года банк начисляет 10% годовых к сумме, находящейся на счету в начале года. Каким станет первоначальный вклад в 1000 р. через три года?

3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{3} - \dfrac{y+3}{2} = -2, \\ x + y = 8. \end{cases}$$

Вариант Э2

1

Разложите на множители:

а) $3a - 81a^4$;

б) $9x^2 + 6xy + y^2 - 6x - 2y$.

2

В конце года банк начисляет 10% годовых к сумме, находящейся на счету в начале года. По истечении трех лет клиент получил 2662 р. Каков был его первоначальный вклад?

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{4} - \dfrac{y-3}{3} = -1, \\ x + y = 12. \end{cases}$$

4

Известно, что

$a + b = 5$,
$ab = 6$.
Найдите $a^3 + b^3$.

5

Высоты равнобедренного треугольника, проведенные из вершин при основании, при пересечении образуют угол 140°. Определите углы данного треугольника.

$a - b = 2$,
$ab = 24$.
Найдите $a^3 - b^3$.

5

Высоты равнобедренного треугольника, проведенные из вершины при основании и из вершины, противолежащей основанию, при пересечении образуют угол 110°. Определите углы данного треугольника.

6

Докажите, что

в равнобедренном треугольнике две высоты равны.

если в треугольнике две высоты равны, то этот треугольник — равнобедренный.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ

Вариант ФМ1

1

Решите уравнение:

$$\frac{x^2 - 10x}{4} - \frac{6 - 3x}{2} + x - 1 = 0.$$

2

От пристаней A и B по реке, скорость течения которой равна 2 км/ч, одновременно вышли навстречу друг другу два одинаковых катера и встретились через 7 ч. Найдите собственную скорость

Вариант ФМ2

$$\frac{x^2 - 10x}{6} - \frac{5 - 2x}{3} + x + 1 = 0.$$

2

От пристаней A и B, расстояние между которыми 369 км, одновременно вышли навстречу друг другу два одинаковых катера, имеющих собственную скорость 32 км/ч. Найдите скорость

катеров, если известно, что расстояние от A до B равно 347 км и катер, идущий по течению, сделал в пути полуторачасовую остановку.

течения реки, если известно, что катера встретились через 6 ч и катер, идущий против течения, сделал в пути получасовую остановку.

3

Разложите на множители:

а) $28x^3 + 3x^2 + 3x + 1$;
б) $x^2 + 4x - y^2 - 2y + 3$.

а) $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$;
б) $x^2 + 2x - y^2 - 6y - 8$.

4

Определите аналитически, пересекается ли график функции

$y = ||x - 1| - 1|$

$y = ||x + 2| - 2|$

с прямой

$y = 1$.

$y = 2$.

Постройте график этой функции.

5

Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника равна основанию треугольника. Определите углы данного треугольника.

5

Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника пересекает боковую сторону под углом, равным углу при основании. Определите углы данного треугольника.

6

Докажите, что

если биссектрисы двух углов треугольника образуют при пересечении угол 135°, то этот треугольник — прямоугольный.

внешний угол треугольника в два раза больше острого угла между биссектрисами углов, не смежных с ним.

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ ПО АЛГЕБРЕ

К-1	А 1	А 2	Б 1
1а)	$a - 2b$	$-a + b$	a
1б)	$2x + 3$	$4x - 5$	3
2	9; 5	9; 3	5; 7; 10
3а)	4	6	2/7
3б)	–13	–9	–0,5
3в)	4,5	1,5	–4
4	96; 32	28; 56	16
5	25; –25	49; –49	–3; 2
6	8	4	16
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1а)	x	$-1{,}5x - 1$	$-x + 2$
1б)	–4	y	$-7y - 2$
2	6; 12; 15	6; 12; 10	5; 10; 6
3а)	2/11	1,6	0,2
3б)	0,5	2	3
3в)	–36	реш. нет	x — любое
4	12	50; 10	9; 3
5	4; –1	3; –3	1; –1
6	7	18	2

К-2	А 1	А 2	Б 1
1	29	21	4
3	(–2;0); (0;4)	(1;0); (0;–4)	(1;0); (0;–8)
4	(–1; 3)	(1; –4)	(2; 6)
5	$y = x + 2$	$y = 2x - 3$; $y = 1 + 2x$	$y = 9x$

	Б 2	В 1	В 2
1	–2	(0,5; 0); (0; –18)	(0,5; 0); (0; 21)
3	(–1;0); (0;7)	$y = -4x$	$y = -3x$
4	(1; –3)	(2; 1)	(18; –6)
5	$y = -7x$	$y=2x-3$	$y=-x+1$

К-3	А 1	А 2	Б 1
1а)	–20	–8	80
1б)	–64/27	25/4	–1
1в)	2	–2	–4
2а)	x^5	x^{10}	1
2б)	y^4	y^3	$0{,}16a^6b^2$
2в)	$16c^{24}$	$9c^8$	$8m^{13}$
3	4	8	1; –1
4а)	$2a^8b^3$	$3a^6b^5$	$-40a^7b^3$
4б)	$0{,}001x^{13}$	$-0{,}04x^8$	$-3x^6y^7$
4в)	$(4/9)a^6b^8$	$(3/7)a^5b^4$	$-25a^7b^8$
5	2	3	1

	Б 2	В 1	В 2
1а)	–5	0,04	–3,5
1б)	–1	1	1
1в)	–16	–1/27	1/16
2а)	1	x	x
2б)	$-0{,}008a^3b^{15}$	$(81/49)a^6b^2c^{10}$	$-(64/27)a^3b^{12}c^6$
2в)	$36x^{26}$	$16a^{16}$	$-27b^9$
3	1	1; –1	1
4а)	$-6a^9b^9$	$2a^6b^8$	a^6b^{12}
4б)	$-2x^5y^3$	c^5d^5	$-c^9d^8$
4в)	$-64a^7b^{11}$	$a^{12}b^{15}$	a^9b^{21}
5	10	6	2

К-4	А 1	А 2	Б 1
1а)	$8x$	$-2a^2$	$7a + 1$
1б)	$-x^3 + 3x^2$	$-3a^3 + a^2$	$6a^2$
1в)	$5x^2$	$-8x^2$	$a^2b + 3ab^2$
2а)	$4a(2b - c)$	$3y(x + 2a)$	$7y(2x + 3y)$
2б)	$x^3(x + 1)$	$y^3(1 - y)$	$3y^3(1 - 2y^3)$
3	10; 15; 25	9; 6; 15	48
4а)	0; 1	0; –1	0; –5
4б)	–9	–14	5
5	10	15	—

	Б 2	В 1	В 2
1а)	$3a^2 + 1$	$x^3 - 0{,}7x^2 - 3{,}3x$	$-2x^2 + 2x - 2$
1б)	$-2a^3$	$-4x^2$	$8y^3$
1в)	$-x^2y - 3xy^2$	$9ab^2 - 4a^2b^2$	$4x^2y - 6x^2y^2$
2а)	$5b(2a^2 - 5b)$	$4a^2(2a^2b^2 - 3b^3 + 1)$	$2y^3(3x^2y^2 + 6x^5 - 1)$
2б)	$2x^2(1 + 2x^2)$	$(y - 5)(x + 6)$	$(3 - b)(a + 2)$
3	48	3	8
4а)	0;4	0; 1/9	0; 1/5
4б)	2	2,6	0,24
5	—	—	—

К-5	А 1	А 2	Б 1
1а)	$2x^2 - x - 1$	$2x^2 + 3x - 2$	$6x^2 - 7x - 20$
1б)	$4y^2 - y^3 + 3y - 12$	$2y^2 - y^3 - 3y + 6$	$17xy - 5x^2 - 6y^2$
1в)	$10 - 3a$	$4 - 3a$	-6
1г)	$b^3 - 3b + 2$	$b^3 + b^2 + 4$	$8b^3 + 1$
2а)	$(x + 3)(y + a)$	$(b + c)(a + 2)$	$(x^2 + 1)(x + 2)$
2б)	$(a + 3)(2 - b)$	$(3 + x)(3 - y)$	$(4 + y)(x - y)$
4а)	$(x^2 - 1)(x + 4)$	$(x^2 - 1)(2x + 1)$	$(a + b)(a - c)$
4б)	$(a - 2b)(a^2 - 3b)$	$(b - 2a)(4a - b^2)$	$(ab - 3)(b - a)$
5	4	6	6

	Б 2	В 1	В 2
1а)	$8x^2 - 10x - 3$	$x^2y - 15x^4 + 2y^2$	$3y^2 - 2x^2y - 8x^4$
1б)	$13xy - 21x^2 - 2y^2$	$7x^3 - 29x^2 + 18x - 2$	$5x^3 - 8x^2 - 19x - 6$
1в)	12	$2a^3 + ab^2 - b^3$	$2a^3 - ab^2 - b^3$
1г)	$1 - 27b^3$	$8b^4 + 24b^3 - 16b^2 - 48b$	$15b^4 + 6b^3 - 15b^2 - 6b$
2а)	$(x^2 + 1)(3x + 1)$	$x(x^3 - 1)(2x + 5)$	$x(x^5 - 1)(x + 9)$
2б)	$(2 - x)(x + y)$	$(a - b)(3 + a - b)$	$(a + b)(a + b + 2)$
4а)	$(b + c)(b - a)$	$(x - 2y + 1)(x - z)$	$(x + y - 1)(x - a)$
4б)	$(ab - 2)(a + b)$	$a(a - b)(a + 1)$	$b(b - 1)(a + b)$
5	4	6; 7; 8	6; 7; 8

К-6	А 1	А 2	Б 1
1а)	$c - 6$	$3c - 4$	$6x^2 - 11x - 2$
1б)	$x^2 + 7x - 8$	$-x^2 + 5x - 4$	$12x^2 + 3$
1в)	-25	9	$6x + 13$
2а)	$8(x + y)(x - y)$	$a(x + y)(x - y)$	$x(6x - 1)(6x + 1)$
2б)	$-(a - 3)^2$	$-(x + 5)^2$	$2(a + 2b)^2$
2в)	$ab(b + a)(b - a)$	$a^2b^2(a + b)(a - b)$	$(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$
3	0	0	-4
4а)	$(x - y)(3 + xy)$	$(x + y)(xy - 2)$	$(x - 3)(x + y)(x - y)$
4б)	$(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$	$(a + 3)(a^2 - 3a + 9)$	$m^4(2 - m)(4 + 2m + m^2)$
5	—	—	

	Б 2	В 1	В 2
1а)	$4x^2 - 7x + 3$	1	1
1б)	$4 + 36x^2$	$4x - 4$	$9x + 18$
1в)	$6x - 25$	$-3x^2 - 50x - 75$	$-8x^2 + 80x - 128$
2а)	$y(1 - 10y)(1 + 10y)$	$-3(x + 2)^2$	$-5(x - 3)^2$
2б)	$7(a - b)^2$	$3y^2(2y - 1)(4y^2 + 2y + 1)$	$2y(y + 3)(y^2 - 3y + 9)$
2в)	$(2 - y)(2 + y)(4 + y^2)$	$2b(9b - a)(9b + a)$	$3x(y - 7x)(y + 7x)$
3	16	1; -1; -3	-1; 2; -2
4а)	$(x - 5)(y - 1)(y + 1)$	x^4	$(x^2 + 2)^2$
4б)	$m^5(m + 3)(m^2 - 3m + 9)$	$(a - x - 3)(a + x + 3)$	$(a - x + 2)(a + x - 2)$
5	—	-1 при $y = 2$	-2 при $y = -1$

К-7	А 1	А 2	Б 1
1а)	3; 3	4; 3	–1; 4
1б)	1; 2	2; 1	2; –1
2	3; 2	20; 12	16; 5
3	$y = -x + 2$	$y = -3x + 1$	$y = -5x + 7$
4	$a = 2$; $b = 1$	$a = 2$; $b = 1$	13; 12

	Б 2	В 1	В 2
1а)	3; 1	2,5; 1,5	1,5; 0,5
1б)	2; –1	7; 2	3; 2
2	15; 10	10; 2	12; 2
3	$y = -4x + 11$	$y = (1/4)x + 1$	$y = (1/2)x - 2$
4	17; 15	$x = 1$; $y = 1$	$x = 6$; $y = 3$

К-8	А 1	А 2	Б 1
1а)	$-32x^{10}$	$45x^8$	$80x^9y^7$
1б)	$18x^2 + 6x$	$8x^2 - 4x$	$-12xy + 18x^2$
2а)	$a(5 - b)(5 + b)$	$c(b - 3)(b + 3)$	$ab(2b - a)(2b + a)$
2б)	$3(a - 1)^2$	$2(a + 3)^2$	$-b(b + 3)^2$
3	2	–2	3
4	25; 35	40; 30	30
5	(2; 1)	(2; 1)	(44; 127)

	Б 2	В 1	В 2
1а)	$-270x^5y^7$	$8x^8y^9$	$27x^{15}y^{14}$
1б)	$2x^2 + 8xy$	$2x^2 + 14xy$	$30xy + 50y^2$
2а)	$ab(b - 3a)(b + 3a)$	$a^2(3 - a)(9 + 3a + a^2)$	$x(x - 5)(x^2 + 5x + 25)$
2б)	$-a(5 - a)^2$	$(a+b-3)(a+b+3)$	$(a+2b-3)(a+2b+3)$
3	4	2	2
4	24	90	63
5	(30; 113)	(–5; –5); (1; –1)	(1; 1); (7; –7)

ОТВЕТЫ К ДОМАШНИМ САМОСТОЯТЕЛЬНЫМ РАБОТАМ ПО АЛГЕБРЕ

С-3*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$a = 2$	$a = -3$
1б)	$-3 < a < 3$	$-2 < a < 2$
1в)	при всех a	при всех a
2а)	при $a \neq 0$ $x = 5{:}a$, при $a = 0$ корней нет	при $a \neq 0$ $x = -2{:}a$, при $a = 0$ корней нет
2б)	при $a \neq 3$ $x = -1{:}(a-3)$, при $a = 3$ корней нет	при $a \neq -2$ $x = 3{:}(a+2)$, при $a = -2$ корней нет
2в)	при $a \neq -1$ $x = 1$, при $a = -1$ x – любое число	при $a \neq 3$ $x = -1$, при $a = 3$ x – любое число
2г)	при $a \neq 2$ $x = a$, при $a = 2$ x – любое число	при $a \neq -3$ $x = a-2$, при $a = -3$ x – любое число
3а)	1; 2	-2; $\frac{2}{3}$
3б)	корней нет	корней нет
3в)	0; 1	-1; 0
3г)	-6; 0; 2; 8	-8; -6; 0; 2
3д)	-6; 0; 6; 12	0; 6
3е)	-17; -3; -1; 13	-17; -1; 3; 19
3ж)	-8; 12	-6; 12
3з)	$-2 \leq x \leq 1$	$-1 \leq x \leq 3$
3и)	корней нет	корней нет
3к)	$\frac{2}{3}$; 4	$\frac{1}{2}$; 1

С-16*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$(7y-3x)(7y+3x-10)$	$(8x+5y)(8x-5y-6)$
1б)	$5(2a+3b-1)(2a-3b+1)$	$2(3a+10b+2)(3a-10b+2)$
1в)	$(x^2+1)(x^2+3)$	$(x^2+3)(x^2+5)$
1г)	$(a-2b)(a-b)$	$(a+3b)(a+b)$
1д)	$(4x-1)(7x^2+x+1)$	$(6x+1)(21x^2-3x+1)$
2	*Указание: представьте данный многочлен в виде суммы квадратов двух двучленов*	
3а)	−1; 1	−2; 2
3б)	−4; 2	−2; 8
3в)	−1; 0	0; 1
3г)	0	0
3д)	−2; −1; 1	−1; 1; 3
3е)	−1	1

С-19*	Вариант 1	Вариант 2
2а)	$\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$
2б)	(3; 2; 1)	(4; 3; 2)
3а)	(2; 1)	(1; 2)
3б)	(3; 5)	(3; 1)
3г)	(2; −1), (0; 1), (−4; −3), (−2; −5)	(7; 2), (3; 6), (−3; 0), (1; −4)
3в)	(−3; −2), (−2; −3), (1; 0), (0; 1) *Указание. Прибавьте к правой и левой части 1 и разложите правую часть на множители*	(−2; 0), (0; −2), (4; 2), (2; 4) *Указание. Прибавьте к правой и левой части 1 и разложите правую часть на множители*

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ ПО ГЕОМЕТРИИ (Погорелов)

К-1	А 1	А 2	Б 1
1	6,8; *C*	1,8; *B*	12,7 или 7,9
2	36°; 144°	55°; 125°	69°; 111°
3	60°	60°	75°; 105°
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1	10,3 или 5,3	0,9 или 9,3	1,1 или 6,3
2	79°; 101°	45°; 135°	30°; 150°
3	18°; 162°	$90° - \alpha/2$	$180° - 2\beta$

К-2	А 1	А 2	Б 1
1	10; 10; 15	18; 18; 6	25; 25; 20
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1	20; 20; 8	30; 40; 40 или 33; 33; 44	11; 11; 8 или 9; 9; 12

К-3	А 1	А 2	Б 1
1	8; 16; 16	14; 14; 7	20; 20; 8
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1	12; 18; 18	6; 6; 4	8; 8; 4

К-4	А 1	А 2	Б 1
1	51°; 129°	39°; 141°	140°; 40°
2	10°; 120°	30°; 70°	30°; 60°; 90°
3	90°; 35°; 55°	45°; 20°; 115°	60°; 30°

	Б 2	В 1	В 2
1	75°; 105°	20°; 160°	20°; 160°
2	20°; 60°; 100°	20°; 60°; 100°	20°; 100°; 60°
3	80°; 10°	20°; 135°; 25°	45°; 110°; 25°

К-5	А 1	А 2	Б 1
1	45°	65°	—
2	69°; 69°	78°; 78°; 24°	36°; 36°; 108°
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1	—	140°; 20°; 20°	110°; 35°; 35°
2	80°; 80°; 20°	70°; 70°; 40° или 40°; 40°; 100°	65°; 65°; 50° или 50°; 50°; 80°

ОТВЕТЫ К ДОМАШНИМ САМОСТОЯТЕЛЬНЫМ РАБОТАМ ПО ГЕОМЕТРИИ (Погорелов)

С-4*	Вариант 1	Вариант 2
2	$m:(m+n)$ или $m:(m-n)$ или $m:(n-m)$	$n:(m+n)$ или $n:(m-n)$ или $n:(n-m)$
3а)	луч MA без точки M, где M – середина отрезка AB	луч MB без точки M, где M – середина отрезка AB
3б)	отрезок AB	луч, дополнительный к лучу BA
3в)	таких точек не существует	таких точек не существует
3г)	точки луча MB без точки M, где M – точка отрезка AB, такая, что $AM = 6$	точки луча MA без точки M, где M – точка отрезка AB, такая, что $AM = 3$
5	4	4
6	нет	нет

С-11*	Вариант 1	Вариант 2
1	$90^\circ + \frac{\alpha}{2}$ или $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$	α или $180^\circ - \alpha$
2	8 см	12 см и 4 см
3	90°, 60° и 30°	72°, 72° и 36°
4	25°	40°
5	45°	135°

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ ПО ГЕОМЕТРИИ (Атанасян)

К-1	А 1	А 2	Б 1
1а)	5 см	1 см	2,4 см
1б)	*D*	*D*	*D*
2а)	70°	50°	55°
2б)	55°	65°	110°
2в)	125°	115°	125°
3	2	2	70°

К-1	Б 2	В 1	В 2
1а)	4 см	3,1 см	3,8 см
1б)	*D*	*D*	*D*
2а)	65°	50°	110°
2б)	130°	*ABK* и *MBC*, *ABM* и *KBC*	*ABK* и *NBC*, *ABN* и *KBC*
2в)	115°	155°	90°
3	160°	50°	20°

К-2	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1б)	110°	65°	65°	110°	110°	65°

К-3	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	61°	63°	–	–	158°	107°
1б)	три угла	три угла	64°	26°		
2а)	–	–	38°	25°	50°	50°
2б)	55°	125°	102°	119°	40°	40°

К-4	А 1	А 2	Б 1
1а)	30°, 120°, 30°	45°, 90°, 45°	50°, 20°, 110°
1б)	$AB = BC$	$AB = BC$	$AD < CD$
2	10 см	8 см	52° и 46°

К-4	Б 2	В 1	В 2
1а)	40°, 130°, 10°	70°, 40°, 70°	50°, 80°, 50°
1б)	$BD < CD$	$AD < AB$, $AD < BC$, $AD < AC$	$AD > AB$, $AD > BC$, $AD < AC$
2	99° и 81°	12 см	16 см

К-5	А 1	А 2	Б 1
1а)	BC	AB и AC	AB
1б)	35° и 20°	60° и 120°	130°
2б)	45°	45°	112°
3	24 см	20 см	5 см

К-5	Б 2	В 1	В 2
1а)	AB и BC	AC	AB и BC
1б)	115°	40°, 100°, 40°	70°, 40°, 70°
2б)	62°	50°	40°
3	2 см	нет	нет

ОТВЕТЫ К ДОМАШНИМ САМОСТОЯТЕЛЬНЫМ РАБОТАМ ПО ГЕОМЕТРИИ (Атанасян)

С-5*	Вариант 1	Вариант 2
1	6 и 1	6 и 1
2а)	луч MB без точки M, где M – середина отрезка AB	луч MA без точки M, где M – середина отрезка AB
2б)	две точки C_1 и C_2 вне отрезка AB, такие, что $C_1A = C_2B = 0{,}5$	две точки C_1 и C_2 вне отрезка AB, такие, что $C_1A = C_2B = 1$
2в)	точка C отрезка AB, такая, что $AC = 4$	точка C отрезка AB, такая, что $AC = 1$
2г)	две точки: C_1 вне отрезка AB, такая, что $C_1A = 3$; $C_1B = 9$ и C_2 на отрезке AB, такая, что $C_2A = 1{,}5$; $C_2B = 4{,}5$	две точки: C_1 вне отрезка AB, такая, что $C_1A = 12$; $C_1B = 6$ и C_2 на отрезке AB, такая, что $C_2A = 4$; $C_2B = 2$
3	16 и 4	15 и 1
5	три угла	две тройки

С-15*	Вариант 1	Вариант 2
1	15:11:10	4:3:2
4	72°, 72°, 36°	72°, 72°, 36°
5	75°, 75°, 30°	70°, 70°, 40°

ВАРИАНТЫ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНОВ ПО МАТЕМАТИКЕ В 8-е ПРОФИЛЬНЫЕ КЛАССЫ

	ХБ1	ХБ2	Э1
1	$32a^2$; 2	$49b^2$; 1	$2b^2(b-2)\times$ $\times(b^2+2b+4)$; $(x-2y)(x-2y+2)$
2	75	7,2	1331
3	5,5	5	(5; 3)
4	4	6	35
5	60°; 40°	80°; 100°	70°; 70°; 40°
	Э2	**ФМ1**	**ФМ2**
1	$3a(1-3a)\times$ $\times(1+3a+9a^2)$; $(3x+y)(3x+y-2)$	–4; 4	–2; 2
2	2000	28	2
3	(3; 9)	$(4x+1)\times$ $\times(7x^2-x+1)$; $(x+y+3)\times$ $\times(x-y+1)$	$(2x-1)\times$ $\times(x^2-x+1)$; $(x+y+4)\times$ $\times(x-y-2)$
4	152	–1; 1; 3	–6; –2; 2
5	70°; 70°; 40°	72°; 72°; 36°	72°; 72°; 36°

Литература

1. Алгебра 7. Под ред. С.А. Теляковского. М. 1991
2. Ш.А. Алимов и др. Алгебра 7. М. 1997
3. А.В. Погорелов. Геометрия 7-9. К. 1995
4. Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9. М. 1990
5. А.П. Киселев, Н.А. Рыбкин. Геометрия, планиметрия. М. 1995
6. Л.М. Лоповок. Сборник задач по геометрии 6-8. К. 1985
7. Б.Г.Зив. Задачи к урокам геометрии. 7-11 классы. С.-П. 1995
8. В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир. Учимся решать задачи по геометрии. К. 1996

Содержание

Работа			стр.
АЛГЕБРА	**Макарычев**	**Алимов**	
С-1. Тождественные преобразования выражений	§ 1, 2	Глава I	4
С-2. Решение уравнений	§ 3	Глава II	6
С-3*. Линейные уравнения с модулем и параметром (домашняя самостоятельная работа)	§ 3	Глава II	8
К-1. Выражения, тождества, уравнения	Глава I	Главы I, II	9
Функции			12
С-4. Функции и их графики	§ 4	§ 29, 30	12
С-5. Линейная функция. Прямая пропорциональность	§ 5	§ 31, 32	14
С-6*. Функции и графики	Глава II	Глава VI	16
К-2. Линейная функция	Глава II	Глава VI	17
Степень с натуральным показателем			20
С-7. Степень и ее свойства	§ 6	§ 9, 10	20
С-8. Одночлен	§ 7	§ 11, 12	22
С-9. Абсолютная и относительная погрешности	§ 8	—	25
К-3. Степень с натуральным показателем. Одночлен	Глава III	§ 9–12	26
Многочлены			30
С-10. Многочлен. Сложение и вычитание многочленов	§ 9	§ 13–15	30
С-11. Умножение многочлена на одночлен. Вынесение общего множителя за скобки	§ 10	§ 16, 19	32
К-4. Многочлен	§ 9, 10	§ 13–19	34
С-12. Умножение многочленов. Способ группировки	§ 11	§ 17, 20	37
К-5. Умножение многочленов. Способ группировки	§ 11	§ 17, 20	39

Формулы сокращенного умножения			42
С-13. Квадрат суммы и квадрат разности	§ 12	§ 22	42
С-14. Разность квадратов. Сумма и разность кубов	§ 13	§ 21	44
С-15. Преобразование целого выражения в многочлен. Способы разложения на множители	§ 14	§ 23	46
С-16*. Все действия с многочленами	Глава V	Главы III, IV	47
К-6. Формулы сокращенного умножения	Глава V	Глава IV	48
Системы линейных уравнений			51
С-17. Уравнения и системы. Уравнения с двумя переменными. Способ подстановки	п. 39–42	§ 33, 34	51
С-18. Системы линейных уравнений. Способ сложения. Решение задач с помощью систем уравнений	§ 43,44	§ 35, 37	53
С-19*. Уравнения и системы с несколькими переменными	Глава VI	Глава VII	55
К-7. Системы линейных уравнений с двумя переменными	Глава VI	Глава VII	56
К-8. Годовая контрольная работа			59
ГЕОМЕТРИЯ (по Погорелову)	**Погорелов**	**Атанасян**	62
Основные свойства простейших геометрических фигур			62
С-1. Измерение отрезков	п. 1–4	Глава I, § 1, 3, 4	62
С-2. Измерение углов	п. 8–10	Глава I, § 2, 3, 5	64
С-3. Смежные и вертикальные углы	п. 14–16	Глава I, § 6	66
С-4*. Измерение отрезков и углов (домашняя самостоятельная работа)	§ 1, 2	Глава I, § 1–6	67

К-1. Основные свойства простейших геометрических фигур. Смежные и вертикальные углы	§ 1, 2	Глава I, § 1–6	69
Признаки равенства треугольников			71
С-5. Первый и второй признаки равенства треугольников	п. 20–22	Глава II, § 1, 3	71
С-6. Равнобедренный треугольник	п. 23–25	Глава II, § 2	74
К-2. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренный треугольник	п. 20–25	Глава II, § 1–3	77
С-7. Третий признак равенства треугольников. Свойство медианы равнобедренного треугольника	п. 26–27	Глава II, § 2, 3	79
К-3. Три признака равенства треугольников. Равнобедренный треугольник	§ 3	Глава II	81
Сумма углов треугольника			84
С-8. Параллельные прямые	п. 29–32	Глава III	84
С-9. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника	п. 33, 34	Глава IV	86
С-10*. Сумма углов треугольника (домашняя самостоятельная работа)	п. 29–34	Глава IV	88
С-11. Прямоугольный треугольник	п. 35, 36	Глава IV	89
К-4. Параллельные прямые. Сумма углов треугольника	§ 4	Главы III, IV	91
Геометрические построения			94
С-12. Окружность	п. 38–41	Глава II, § 4	94
С-13. Задачи на построение. ГМТ	п. 42–49	Главы II, IV	96
С-14*. Геометрические места точек. Задачи на построение (домашняя самостоятельная работа)	§ 5	Глава IV	97
К-5. Годовая контрольная работа			99

ГЕОМЕТРИЯ (по Атанасяну)	Атанасян	Погорелов	102
Начальные геометрические сведения			102
С-1. Прямая и отрезок. Луч и угол	Глава I, § 1, 2	п. 1–8	102
С-2. Сравнение и измерение отрезков	Глава I, § 3, 4	п. 1–8	105
С-3. Сравнение и измерение углов	Глава I, § 3, 5	п. 1–8	107
С-4. Смежные и вертикальные углы. Перпендикулярные прямые	Глава I, § 6	§ 2	109
С-5*. Дополнительные задачи об отрезках и углах (домашняя самостоятельная работа)	Глава I	§ 1, 2	111
К-1. Начальные геометрические сведения	Глава I	§ 1, 2	112
Треугольники			116
С-6. Треугольник. Первый признак равенства треугольников	Глава II, § 1	п. 20	116
С-7. Медиана, биссектриса и высота треугольника. Свойство равнобедренного треугольника	Глава II, § 2	п. 23, 25, 26	118
С-8. Второй и третий признаки равенства треугольников	Глава II, § 3	п. 22, 27	121
С-9. Окружность. Простейшие задачи на построение	Глава II, § 4	п. 38, 42–47	123
К-2. Треугольники	Глава II	§ 3, 5	125
Параллельные прямые			129
С-10. Признаки параллельности прямых. Аксиома параллельных прямых и ее следствия	Глава III, п. 24–28	п. 29–31	129
С-11. Свойства параллельных прямых	Глава III, п. 29	п. 32	131
К-3. Параллельные прямые	Глава III	п. 29–32	134

Соотношения между сторонами и углами треугольника			137
С-12. Сумма углов треугольника	Глава IV, § 1	п. 33, 34	137
С-13. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника	Глава IV, § 2	п. 66, 111	139
С-14. Прямоугольные треугольники	Глава IV, § 3	п. 35, 36	141
С-15*. Дополнительные задачи о соотношениях в треугольнике (домашняя самостоятельная работа)	Глава IV, § 1–3	§ 4	143
К-4. Соотношения между сторонами и углами треугольника	Глава IV, § 1–3	§ 4	145
С-16. Построение треугольника	Глава IV, § 4	§ 5	147
С-17*. Свойства биссектрисы и серединного перпендикуляра. Задачи на построение (домашняя самостоятельная работа)	Глава IV, § 4	§ 5	149
К-5. Годовая контрольная работа			150
Варианты вступительных экзаменов по математике в 8-е профильные классы			153
Химико-биологический профиль			153
Экономический профиль			154
Физико-математический профиль			155
ОТВЕТЫ			157
ЛИТЕРАТУРА			170
СОДЕРЖАНИЕ			171